

Рекуррентные последовательности

АС6♦1. Разложите на простейшие дроби и представьте в виде ряда $\mathbb{Q}[[x]]$:

а) $\frac{3x^2+2x+1}{(1-7x^2-6x^3)}$,

б) $\frac{(x^4+1)}{(x^2+x-6)}$,

в) $\frac{(x^3-1)}{(x^4-4x^3+6x^2-4x+1)}$.

АС6♦2. Разложите в ряды в $\mathbb{Q}[[x]]$ функции:

а) $\frac{1}{(x^2+x+1)}$,

б) $\frac{1}{(x^2+x+1)^2}$,

в) $\frac{1}{(2x^2-3x+1)}$,

г) $\frac{1}{(x^2+x+1)^2}$,

д) $\cos = (e^{ix} + e^{-ix})/2$,

е) $\sin = (e^{ix} - e^{-ix})/(2i)$,

ж) $\sqrt{1+2x}$.

АС6♦3. Найдите k -тый член последовательности a_k , если:

а) $a_0 = 1, a_1 = 1$ и $a_k = a_{k-1} + a_{k-2}$ при $k \geq 2$,

б) $a_0 = 1, a_1 = -1$ и $a_k = 2a_{k-1} - a_{k-2}$ при $k \geq 2$,

в) $a_0 = 1, a_1 = -7$ и $a_k = 5a_{k-1} - 6a_{k-2}$ при $k \geq 2$,

г) $a_0 = 5, a_1 = 3, a_2 = 48$ и $a_k = a_{k-1} + 8a_{k-2} - 12a_{k-3}$ при $k \geq 3$.

АС6♦4. Верно ли, что для любого многочлена $f \in \mathbb{k}[x]$ ряд $\sum_{k \geq 0} f(k)x^k$ является рациональной функцией?

АС6♦5. Возможно ли ряд e^x представить в виде рациональной функции?