

## Рациональные дроби

АС5♦1. Представьте рациональную дробь в виде суммы простейших дробей над полем  $\mathbb{C}$  :

а)  $\frac{x^2}{(x-1)(x+2)(x+3)}$

б)  $\frac{1}{x^4+1}$

в)  $\frac{x}{(x^2+1)^2}$

г)  $\frac{5x^2+6x-28}{(x-1)^3(x+1)^2(x-2)}$

д)  $\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

е)  $\frac{1}{x^3-1}$

ж)  $\frac{n!}{x(x-1)\dots(x-n)}$

з)  $\frac{1}{(x^2-1)^2}$

и)  $\frac{1}{(x^n-1)^2}$

АС5♦2. Представьте рациональную дробь в виде суммы простейших дробей над полем  $\mathbb{R}$  :

а)  $\frac{1}{x^4-16}$

б)  $\frac{1}{x^2+4}$

в)  $\frac{x}{(x+1)(x^2+1)}$

г)  $\frac{1}{\cos(n \arccos x)}$

д)  $\frac{x^{2m}}{x^{2n+1}}$ , где  $m < n$

АС5♦3. Пусть многочлен  $f \in \mathbb{R}[x]$  степени  $n$  имеет  $n$  различных корней. Разложите на простейшие дроби:

а)  $\frac{f'}{f}$

б)  $\frac{1}{f}$

АС5♦4. Разложите  $\frac{1}{x^p-x}$  на простейшие дроби над полем  $\mathbb{F}_p$ , для простого  $p$ .