

Зачетная контрольная 24 декабря

Вариант 1

1. В ортонормированном базисе пространства E^7 найти проекцию вектора с координатами $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ на ортогональное дополнение к вектору с координатами $(0, 7, 0, 0, 4, 0, 4)$.

2. В евклидовом пространстве E^{2025} фиксируем вектор v , длина которого равна 2, и рассмотрим оператор A , который вектор $x \in E^{2045}$ переводит в вектор $Ax = x - (x, v)v$. Требуется:

а) доказать линейность оператора A (5 баллов);

б) найти его собственные значения и размерности собственных подпространств, отвечающих найденным собственным значениям (+15 баллов).

3. На вещественном векторном пространстве V размерности 2 задана билинейная форма $B(x, y)$. Известно, что на векторе u форма принимает значение $B(u, u) = 49$, а на векторе v – значение $B(v, v) = -25$. Требуется доказать, что:

а) векторы u и v независимы (5 баллов);

б) в пространстве V можно указать изотропный базис a, c (т.е. $B(a, a) = 0, B(c, c) = 0$) (+15 баллов).

Зачетная контрольная 24 декабря

Вариант 2

1. В ортонормированном базисе пространства E^7 найти проекцию вектора с координатами $(1, 1, 1, 1, 1, 1, -1)$ на ортогональное дополнение к вектору с координатами $(0, 9, 0, 6, 0, 0, 2)$.

2. В евклидовом пространстве E^{2025} фиксируем вектор v , длина которого равна 3, и рассмотрим оператор A , который вектор $x \in E^{2045}$ переводит в вектор $Ax = x + (x, v)v$. Требуется:

а) доказать линейность оператора A (5 баллов);

б) найти его собственные значения и размерности собственных подпространств, отвечающих найденным собственным значениям (+15 баллов).

3. На вещественном векторном пространстве V размерности 2 задана билинейная форма $B(x, y)$. Известно, что на векторе u форма принимает значение $B(u, u) = 81$, а на векторе v – значение $B(v, v) = -16$. Требуется доказать, что:

а) векторы u и v независимы (5 баллов);

б) в пространстве V можно указать изотропный базис a, c (т.е. $B(a, a) = 0, B(c, c) = 0$) (+15 баллов).

Зачетная контрольная 24 декабря

Вариант 3

1. В ортонормированном базисе пространства E^7 найти проекцию вектора с координатами $(-1, -1, 1, 1, 1, 1, 1)$ на ортогональное дополнение к вектору с координатами $(2, 3, 0, 0, 0, 0, 6)$.

2. В евклидовом пространстве E^{2025} фиксируем вектор v , длина которого равна 4, и рассмотрим оператор A , который вектор $x \in E^{2045}$ переводит в вектор $Ax = x - 3(x, v)v$. Требуется:

а) доказать линейность оператора A (5 баллов);

б) найти его собственные значения и размерности собственных подпространств, отвечающих найденным собственным значениям (+15 баллов).

3. На вещественном векторном пространстве V размерности 2 задана билинейная форма $B(x, y)$. Известно, что на векторе u форма принимает значение $B(u, u) = 121$, а на векторе v – значение $B(v, v) = -9$. Требуется доказать, что:

а) векторы u и v независимы (5 баллов);

б) в пространстве V можно указать изотропный базис a, c (т.е. $B(a, a) = 0, B(c, c) = 0$) (+15 баллов).