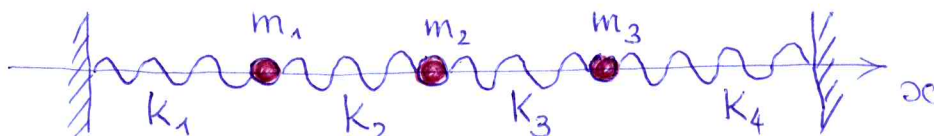


Механика 2025

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 1

Срок сдачи задания: до конца дня **02.02.25**

1. Дана система трех одномерных гармонических осцилляторов (все частицы движутся только вдоль оси $O\vec{x}$):



Жесткости пружинок имеют следующие значения: $k_1 = k_4 = 2k$, $k_2 = k_3 = k$, $m_1 = m_2 = m_3 = m$. m и k — параметры задачи.

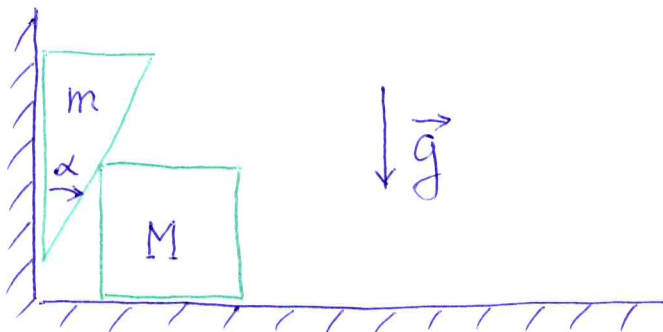
- Выбрав в качестве координат смещения частиц из положения равновесия, напишите систему уравнений Ньютона.
- Найдите нормальные частоты и нормальные моды колебаний системы осцилляторов.

Для каждой из механических систем, представленных в задачах 2—5 ниже:

- Определите число степеней свободы системы.
- Сделав чертеж, расставьте векторы сил, действующих на тела системы, и определите связи: функциональные соотношения между координатами тел, составляющих систему¹.
- Выпишите уравнения Ньютона и найдите ускорения всех тел с ненулевой массой.

В системах действует однородная сила тяжести ($\vec{F} = m\vec{g}$), направленная вертикально вниз. Трением можно пренебречь, если только не оговаривается противное.

2. Квадрат массы M скользит по горизонтали. Треугольник массы m с углом при вершине α скользит вдоль вертикальной стены, не отрываясь от нее. Вторая сторона треугольника все время касается левой верхней вершины квадрата M .

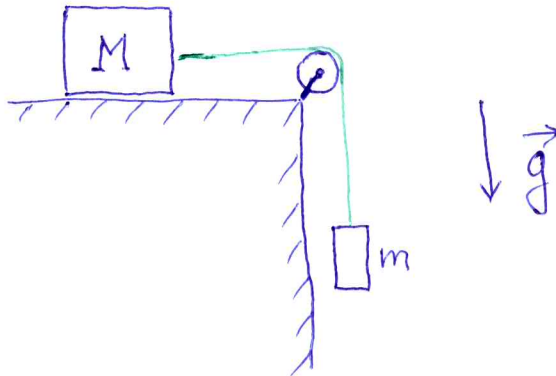


¹Зачастую, связи удобно использовать, представив их в виде линейных соотношений между скоростями тел

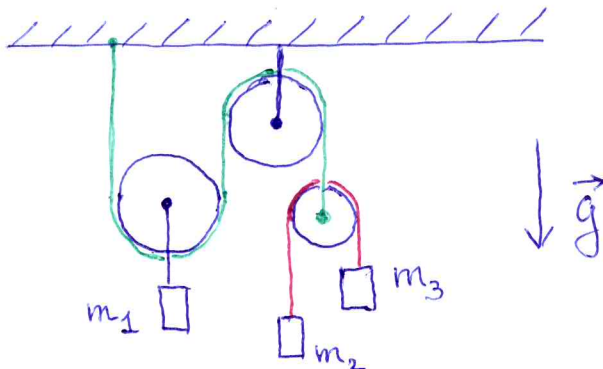
В условиях задач 3-5 предполагается, что нити идеально гибкие, невесомые и нерастяжимые, а блоки невесомые.

3. Груз m движется только по вертикальной прямой (не раскачивается). Груз M движется по прямой на горизонтальной поверхности с трением. Величина силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ связана с величиной силы реакции поверхности \vec{N} соотношением $|\vec{F}_{\text{тр}}| \leq \mu|\vec{N}|$, где число μ называется коэффициентом трения. Здесь равенство достигается при скольжении тела M по поверхности. Груз M покоится, пока сила трения может компенсировать горизонтальную составляющую суммы всех остальных действующих на него сил.

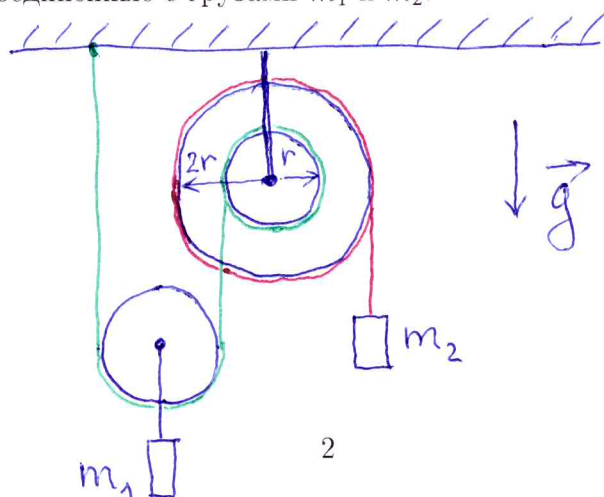
г) Определите, при каких условиях на параметры задачи груз M будет находиться в состоянии покоя?



4. Все три груза m_1 , m_2 и m_3 , а также оси подвижных блоков, могут двигаться только по вертикали.



5. Грузы m_1 и m_2 и ось подвижного блока перемещаются только по вертикали. Правый (двойной) блок представляет собой две жестко скрепленные соосные катушки радиусов r и $2r$. На эти катушки наматываются или сматываются нити (отмечены зеленым и красным цветом), соединенные с грузами m_1 и m_2 .



6. Для сферической системы координат вычислите производные по времени $\dot{\vec{e}}_r$, $\dot{\vec{e}}_\theta$, $\dot{\vec{e}}_\phi$ от ее базисных ортов \vec{e}_r , \vec{e}_θ и \vec{e}_ϕ . Нужно предъявить не только окончательный ответ, но и соответствующие промежуточные выкладки.

Пользуясь этим вычислением, найдите выражения для первой и второй производных по времени $d\vec{r}/dt$ и $d^2\vec{r}/dt^2$ от радиус-вектора частицы $\vec{r} = r\vec{e}_r$ в сферической системе координат.

На каком подмножестве пространства \mathbb{R}^3 переход к сферическим координатам не сингулярен?

