

Семинар 18

Элементарная аналитическая геометрия аффинной плоскости и пространства 1

Во всех задачах фиксирован аффинный репер. Числа, стоящие в круглых скобках, чаще всего задают координаты точки или вектора.

1. Написать параметрическое уравнение:

а) прямой, проходящей через точку с координатами $(2, -1)$ параллельно вектору с координатами $(1, 1)$;

б) прямой, проходящей через точку $(2, -1)$ параллельно прямой $X + 2Y + 5 = 0$;

в) лежит ли точка $(3, -2)$ между (это как?) параллельными прямыми $X + 2Y + 5 = 0$, $X + 2Y - 10 = 0$?

2. Дана точка $A = (1, 2, 3)$. Найти уравнение:

а) плоскости, проходящей через точку A и ось OX ;

б) прямой, проходящей через точку A и начало координат.

3. Прямую $X = 1 + 2t, Y = -1 + t, Z = 3 - 5t$ представить как линию пересечения плоскостей, параллельных координатным осям OX и OY .

4. Написать уравнение прямой, лежащей в плоскости $Y + 2Z = 0$ и пересекающей прямые $X = 1 - t, Y = t, Z = 4t$ и $X = 2 - t, Y = 4 + 2t, Z = 1$.

5. Найти уравнение плоскости, проходящей через

а) точку $(2, -3, 5)$ параллельно линейной оболочке векторов $(-5, 6, 4)$ и $(2, -1, 0)$;

б) через точки $(2, 1, 3), (2, 4, 0), (-3, 0, 4)$;

в) через прямую $X = 2 + 3t, Y = -1 + 6t, Z = 4t$, параллельно прямой $X = -1 + 2t, Y = 3t, Z = -t$;

г) точку $(-3, 1, 0)$ и прямую $X + 2Y - Z + 4 = 0, 3X - Y + 2Z - 1 = 0$.

6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(1, 2, 3)$ и пересекающей прямые $X = 2t, Y = -1 - 2t, Z = 2 + t$ и $X = 4t, Y = -2, Z = 3t$.

7. Прямые $X = 1 + 2t, Y = 2t, Z = t$ и $X = 11 + 8t, Y = 6 + 4t, Z = 2t$

а) пересекаются;

б) параллельны;

в) скрещиваются.

Нужное подчеркнуть, доказать. А в случае а) найти точку пересечения.

8. Найти геометрическое место середин отрезков с концами на

а) двух скрещивающихся прямых;

б) двух параллельных плоскостях.

9. Шесть плоскостей, каждая из которых проходит через ребро тетраэдра и середину противоположного ему ребра, пересекаются в одной точке (доказать)*. Сформулировать и доказать аналогичное утверждение для n -мерного симплекса.

10*. Найти направляющие векторы ребер трехгранного угла, образованного тремя плоскостями $A_i X + B_i Y + C_i Z + D_i = 0, i = 1, 2, 3$, и содержащего точку (x_0, y_0, z_0) .