Симметрическая группа $\mathbf{S_n}$

АЛ4⋄1. Определить четность перестановки:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & & \dots & & n-1 & n \\ 2 & 4 & 6 & \dots & 1 & 3 & 5 & \dots & \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & & \dots & & n-1 & n \\ 1 & 3 & 5 & \dots & 2 & 4 & 6 & \dots & \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n \\ n & 1 & n-1 & 2 & \dots & & \end{pmatrix}$;

д) $(i_1 i_2)(i_3 i_4)(i_5 i_6)\dots(i_{2k-1} i_{2k})$;

е) $(i_1 i_2 \dots i_k)$;

АЛ4⋄2. Докажите, что для любого натурального k из промежутка $1 \leqslant k \leqslant \binom{n}{2}$ существует перестановка из $\mathbf{S_n}$, число инверсий в которой равно k.

АЛ4⋄3. Найдите сумму числа инверсий во всех перестановках $\mathbf{S_n}$.

АЛ4⋄4. Если в перестановке σ длинны n ровно k инверсий, то:

а) σ можно представить в виде произведения k транспозиций вида $(i, i+1)$, где $1 \leqslant i \leqslant n-1$;

б*) σ нельзя представить в виде произведения менее k транспозиций вида $(i, i+1)$, где $1 \leqslant i \leqslant n-1$;

АЛ4⋄5. Докажите, что группа порядка 6 либо коммутативна, либо изоморфна группе $\mathbf{S_3}$.

АЛ4⋄6. Покажите, что всякая перестановка из $\mathbf{S_n}$ может быть представлена как произведение нескольких сомножителей равных циклам (12) и $(123\dots n)$.

АЛ4⋄7. Покажите, что всякая четная перестановка может быть представлена как произведение тройных циклов.

АЛ4⋄8. Покажите, что группы собственных движений тетраэдра, куба, октаэдра изоморфны, соответственно, группам $\mathbf{A_4}, \mathbf{S_4}, \mathbf{S_4}$.

АЛ4⋄9*. Покажите, что что группа собственных движений икосаэдра изоморфна группам $\mathbf{A_5}$.

АЛ4⋄10*. Покажите, что любую перестановку $\sigma \in \mathbf{S_n}$ можно представить в виде произведения $\sigma = \alpha\beta$, где $\alpha, \beta \in \mathbf{S_n}$ и $\alpha^2 = \beta^2 = id$.

АЛ4⋄11*. Докажите, что две перестановки сопряжены в группе $\mathbf{S_n}$ тогда и только тогда, когда они имеют одинаковый цикловой тип.

Персональный табель ____ .	**Листок № 4 (26.01.2025)**

(напишите свои имя, отчество и фамилию)

№	дата	кто принял	подпись
1а			
б			
в			
г			
д			
е			
2			
3			
4а			
б			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			