

Отчет проектной группы “Бифуркации векторных полей и обобщения перекладываний отрезка” за 2024-2025 год

Тимур Бакиев продолжает исследование бифуркаций в типичных двухпараметрических глокальных (локальных по параметрам и глобальных по фазовым переменным) семействах векторных полей на сфере с несвязным большим носителем бифуркаций [1] с целью получить для них результаты, аналогичные результатам Х. Сотомайора [2] для типичных однопараметрических семейств. Удалось доказать, что в типичных глокальных двухпараметрических семействах векторных полей на сфере с несвязным большим носителем имеются ровно два вырождения из списка шести базовых вырождений, встречающихся в типичных однопараметрических семействах, притом каждое вырождение соответствует связной компоненте большого носителя.

Данный результат даёт возможность описать все возможные типичные двухпараметрические семейства векторных полей на двумерной сфере с несвязным большим носителем бифуркаций. С его помощью удалось доказать структурную устойчивость типичных двухпараметрических семейств с несвязным большим носителем в смысле слабой эквивалентности семейств.

Илья Андросов доказал, что типичные глокальные однопараметрические семейства векторных полей на сфере расширенно структурно устойчивы.

Семейство V называется расширенно структурно устойчивым, если для любого достаточно близкого семейства W , любые два расширения семейств V и W с одинаковым числом дополнительных параметров умеренно эквивалентны в окрестностях своих больших носителей бифуркаций, причем отображение базы параметров сохраняет дополнительные параметры. Другая задача Ильи заключалась в том, чтобы вычислить как можно больше фокусных величин для двумерного полиномиального векторного поля с однородной нелинейной частью степени 5. С помощью формулы из [3], удалось найти $L_2 = \widetilde{L}_5$ и L_3 ; тем же методом можно будет вычислить и следующие фокусные величины.

Алексей Доровский занимался изучением бифуркаций в двухпараметрических семействах классов PC-НС и PC-SN. Семейства векторных полей на двумерной сфере класса PC-НС возмущают векторные поля с одной гомоклинической кривой седлоузла и одним предельным параболическим циклом, а семейства класса PC-SN — поля с параболическим циклом и седлоузловой особой точкой. Любое семейство первого класса может быть отнесено к одной из шести конфигураций и для него специальным образом строится характеристическое множество. Удалось доказать лемму о реализации: для каждой конфигурации и любого заданного допустимого набора характеристических множеств можно построить соответствующее семейство класса PC-НС. Таким образом, завершено доказательство того, что конфигурация и характеристическое множество образуют полный инвариант классификации типичных PC-НС семейств с точностью до умеренной эквивалентности в окрестностях их больших носителей. Для семейств класса PC-SN была составлена классификация различных конфигураций вырождений, которые могут встречаться у типичных представителей этого класса. Также было получено описание характеристических множеств больших носителей PC-SN семейств, которые содержат информацию о так называемом «баобабе сепаратрис» семейства — объединении всех сёдел и сепаратрис, входящих в большой носитель, — и доказано, что конфигурация и характеристическое множество определяют большой носитель бифуркаций семейства класса PC-SN с точностью до гомеоморфизма.

Константин Нелаев занимался разработкой методических материалов, связанных с введением в теорию перекладываний отрезков, для студентов младших курсов факультета математики.

Перекладывания отрезка активно изучаются в связи с бильярдами в рациональных многоугольниках и измеримыми слоениями на ориентированных поверхностях. Говорят, что перекладывание отрезков удовлетворяет условию Кина, если орбиты точек попарно не пересекаются и бесконечны. Известно, что такое типичное перекладывание отрезков является минимальным, то есть орбиты всех точек $x \in I$ в отрезке I плотны.

В рамках проекта были разработаны материалы, предназначенные для изучения студентами младших курсов факультета математики с целью погружения в теорию перекладываний отрезков и их обобщений. Сперва разговор идет о штурмовых последовательностях, затем вводится понятие перекладываний отрезков, как обобщение штурмовых последовательностей [4], а также рассматриваются обобщения перекладываний — перекладывания отрезков с флипами [5]. Кроме того, в конце предлагается список задач для самостоятельного решения первокурсниками.

Список литературы

- [1] N. B. Goncharuk and Yu. S. Ilyashenko. Large bifurcation supports, 2018. URL <https://arxiv.org/abs/1804.04596v3>.
- [2] Jorge Sotomayor. Generic one-parameter families of vector fields on two-dimensional manifolds. Publications Mathematiques de l'IHES, 43:5–46, 1974.
- [3] Г. А. Леонов и др. “Современные методы символьных вычислений: ляпуновские величины и 16-ая проблема Гильберта”. В: Тр. СПИИРАН 16 (2011), с. 5—36.
- [4] P. Arnoux, Sturmian Sequences, Substitutions in Dynamics, Arithmetics and Combinatorics, 2002, pp. 144-198
- [5] A. Skripchenko and S. Troubetzkoy, On the Hausdorf Dimension of Minimal Interval Exchange Transformations with Flips;
<https://arxiv.org/pdf/1510.02362.pdf>