

Алгоритм Евклида

АС1♦1. Найдите наибольший общий делитель $\text{нод}(a, b)$ в кольце целых чисел $\mathbb{Z}$ и укажите такие целые числа x и y , что $\text{нод}(a, b) = ax + by$ для чисел а) $a = 247, b = 481$ б) $a = 1575, b = 2025$ в) $a = 7777777, b = 7777$ г) $a = 2870, b = 5187$

АС1♦2. Найдите все решения $x, y \in \mathbb{Z}$ уравнений: а) $2025x + 1531y = 1$ б) $26x + 32y = 60$ в) $nx + (2n - 1)y = 3$

АС1♦3. Найдите все решения $x, y \in \mathbb{N}$ уравнения $10x + 7y = 2025$

АС1♦4. Птицефабрика фасует яйца в коробки, рассчитанные либо на 12, либо на 25 яиц. Сможет ли птицефабрика отсчитать покупателю ровно 401 яйцо, используя только такие коробки? Предполагается, что в каждой коробке лежит ровно столько яиц, на сколько она рассчитана.

АС1♦5. Для чисел Фибоначчи, определенных начальными условиями $F_0 = F_1 = 1$ и рекуррентным соотношением $F_{n+1} = F_{n-1} + F_n$, докажите, что соседние числа Фибоначчи взаимно просты и найдите какое-нибудь решение уравнения $F_{n-1}x + F_ny = 1$ в целых числах.

АС1♦6. Для всех $l, m, n \in \mathbb{N}, l \geq 2$, вычислите $\text{нод}(l^n - 1, l^m - 1)$.

АС1♦7. Разложите в бесконечную цепную (непрерывную) дробь а) $1 + \sqrt{2}$ б) золотое сечение $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.