

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ-I

Подготовительный вариант к КР1

1. Пусть $\mathcal{F}$ — семейство всех непустых замкнутых подмножеств вещественной прямой $\mathbb{R}$. Докажите, что мощность семейства $\mathcal{F}$ равна мощности континуума, то есть $|\mathcal{F}| = |\mathbb{R}|$.
2. Найти супремум и инфимум множества $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{|x|+1} < \frac{1}{3} \right\}$.
3. Докажите, что множество $A = \{\sqrt{m} - \sqrt{n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ всюду плотно в $\mathbb{R}$.
4. Пусть F — упорядоченное поле, причём каждое открытое собственное (т.е. отличное от F и $\emptyset$) подмножество является объединением счётного набора непересекающихся интервалов и лучей. Докажите, что $F = \mathbb{R}$.