

Задачи к курсу “Введение в алгебраическую топологию”

С. К. Ландо

14 октября 2025 г. Лекция 5

1. Воспользуйтесь теоремой Зейферта–Ван Кампена для индуктивного вычисления фундаментальной группы ориентируемой поверхности рода g .
2. Воспользуйтесь теоремой Зейферта–Ван Кампена для индуктивного вычисления фундаментальной группы неориентируемой поверхности рода g .
3. Выпишите копредставление Виртингера для фундаментальной группы дополнения к зацеплению, состоящему из двух зацепленных окружностей, и докажите, что определяемая им группа изоморфна $\mathbb{Z}^2$.
4. Выпишите копредставление Виртингера для фундаментальной группы дополнения к трилистнику и докажите, что определяемая им группа изоморфна группе, заданной копредставлением $\langle a, b | a^2 = b^3 \rangle$.
5. Докажите, что фундаментальная группа дополнения к трилистнику некоммукативна, построив ее эпиморфизм на группу перестановок трех элементов. Выведите отсюда, что трилистник не развязывается.
6. Докажите, что фундаментальные группы дополнения к торическим узлам $T_{2,3}$ (трилистнику) и $T_{2,5}$ неизоморфны между собой. Выведите отсюда, что не существует объемлющей изотопии между этими двумя узлами.
7. Выпишите копредставление Виртингера для фундаментальной группы дополнения к узлу восьмерка.

