## Дифференциальные уравнения, 2-й курс, осенний семестр 2025г.

## Программа коллоквиума

- 1. Решение автономного уравнения на прямой. Критерий продолжимости решений на всю ось времени. Критерий единственности решения задачи Коши в случае непрерывной правой части.
- 2. Уравнения с разделяющимися переменными, связь с прямыми произведениями. Связь интегральных кривых неавтономного уравнения и фазовых кривых автономного.
- 3. Неравенство Гронуолла и теорема единственности.
- 4. Теорема существования и единственности, доказательство существования.
- 5. Теорема о продолжении до границы компакта и теорема о продолжении на интервал времени.
- 6. Непрерывная зависимость от начального условия и правой части уравнения.
- 7. Однородные уравнения. Уравнения с однопараметрической группой симметрий.
- 8. Пфаффовы уравнения и уравнения в полных дифференциалах. Лемма Пуанкаре (доказательство для прямоугольника на плоскости).
- 9. Решение линейных уравнений 1-го порядка на прямой. Метод вариации постоянной для линейных уравнений.
- 10. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Монодромия. Периодические решения.
- 11. Системы линейных уравнений, общие свойства: решения определены глобально, теорема об изоморфизме, ФСР и ФМР, метод вариации постоянных.
- 12. Определитель Вронского для набора вектор-функций и его свойства. Формула Лиувилля-Остроградского для систем линейных уравнений.
- 13. Линейные уравнения n-го порядка на прямой: теорема об изоморфизме, формула Лиувилля-Остроградского, составление уравнения по набору решений.
- 14. Линейные уравнения n-го порядка на прямой с постоянными коэффициентами. Действие соответствующих дифференциальных операторов на пространствах квазимногочленов. Общее решение однородного уравнения. Решение неоднородного уравнения со специальной правой частью: резонансный и нерезонансный случаи.
- 15. Экспонента от линейного оператора: определение и существование. Экспонента для суммы коммутирующих операторов. Производная экспоненты  $e^{At}$ . Экспонента жордановой клетки, вычисление экспоненты матрицы в общем случае.
- 16. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Общее решение однородной системы. Вид частного решения в случае правой части специального вида.
- 17. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Критерий устойчивости для линейных систем с постоянными коэффициентами.