

Вариант 74

1. Квадрика в \mathbb{R}^3 задана уравнением

$$2x^2 - 4y^2 + 3z^2 + 7xy + 5xz + 11yz + 2x + 7y - 11z + 1 = 0.$$

Выясните, сколько у нее центров симметрии: один, ни одного или бесконечно много. Ответ должен быть обоснован.

2. Квадрика в $Q \subset \mathbb{R}^4$ задана уравнением

$$\sum_{i,j=1}^4 a_{ij}x_i x_j + 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 1 = 0,$$

где

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 3 & 17 \\ 4 & -4 & -2 & 12 \\ 3 & -2 & -7 & 11 \\ 17 & 12 & 11 & 35 \end{pmatrix}$$

Выясните, является ли Q ограниченным подмножеством в \mathbb{R}^4 . Ответ должен быть обоснован.

3. Квадрика $Q \subset \mathbb{R}^3$ задана уравнением $x^2 + y^2 - z^2 = 4$; плоскость $P \subset \mathbb{R}^3$ задана уравнением $2x + y + z = 4$. Тем самым пересечение $Q \cap P$ является коникой в плоскости P . Выясните, к какому типу относится эта коника (эллипс, гипербола, парабола, пара прямых?). Ответ должен быть обоснован.