

Геометрия и линейная алгебра. Программа коллоквиума.

- 1) Векторные пространства, линейные операторы, изоморфизмы векторных пространств.
- 2) Пропорциональные векторы, базис двумерного векторного пространства, изоморфность двумерных векторных пространств.
- 3) Определитель в двумерном векторном пространстве и его свойства; любая пара линейно независимых векторов в двумерном векторном пространстве является базисом; формулы Крамера решения системы линейных уравнений 2×2 .
- 4) Функция площади на двумерном векторном пространстве, вывод явной формулы.
- 5) Примеры аффинных пространств: $\mathbb{F}^n$, аффинизация векторного пространства, приведённые многочлены; изоморфность любой пары аффинных пространств над одним векторным пространством, аффинные системы координат.
- 6) Эквивалентность двух определений параллелограмма.
- 7) Автоморфизмы полей $\mathbb{F}_p$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$; пример нетождественного автоморфизма.
- 8) Полуаффинные преобразования плоскости, дифференциал полуаффинного преобразования и его независимость от выбора точки; явный вид полуаффинного преобразования; аффинное преобразование.
- 9) Матричное представление линейного оператора между двумерными пространствами; матрица обратного оператора; координатное представление аффинного преобразования плоскости.
- 10) Действие аффинного преобразования на площадь.
- 11) Скалярное произведение, евклидово векторное пространство, неравенство Коши — Буняковского — Шварца, неравенство треугольника.
- 12) Евклидово (аффинное) пространство, расстояния, углы, два определения отрезка.
- 13) Разложение по ортонормированному и ортогональному базису двумерного векторного пространства; существование ортонормированного базиса.
- 14) Ориентация двумерного векторного пространства, ориентированный базис, ориентированный угол, поворот и его матричное представление, аддитивность ориентированного угла.
- 15) Классификация ортогональных линейных преобразований двумерного векторного пространства, движения евклидовой плоскости, теорема Шаля.
- 16) Аффинные и антиаффинные преобразования комплексной прямой; связь с движениями плоскости.
- 17) Порождающие системы векторов, базис, линейная независимость, размерность векторного пространства; дополнение системы линейно независимых векторов до базиса; любая порождающая система содержит базис.
- 18) Суммы и пересечения векторных подпространств, прямые суммы, размерность пересечения, трансверсальность.
- 19) Ядро и образ линейного отображения, связь размерности непустого слоя с размерностью образа; факторпространства.