

1. Знакомство

1. Что больше: 2^{300} или 3^{200} ? $1001/1002$ или $10001/10002$? 31^{11} или 17^{14} ?
2. Вычислить устно:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{100}\right).$$

3. На доске написаны числа от 1 до 20. Можно стереть любые два числа a и b и записать вместо них число $a + b$. Какое число получится в итоге?

4. В каждой клетке доски 5 на 5 нарисована стрелочка «вверх», «вниз», «вправо» или «влево». ИИИ Вася не видит картинку, но гарантирует, что может поменять стрелочки менее, чем в половине клеточек так, что после этого можно будет обойти доску, начав с какой то клетки и следуя по стрелочкам (посетив каждую клетку по разу). Прав ли ИИИ Вася?

5. Обезьяна становится счастливой, когда съедает три разных фрукта. Какое наибольшее количество обезьян можно осчастливить, имея 20 груш, 30 бананов, 40 персиков и 50 мандаринов?

6. Из чисел от 1 до 18 составили 9 дробей, записав каждое из них в числитель или в знаменатель. Какое наибольшее количество натуральных чисел может образоваться после сокращения?

7. 4 друга–двоечника тапали хомяка, каждый на своем смартфоне. Каждый из них либо хвастун (преувеличивает количество всех тапов — и своих, и чужих — в 3 раза) либо скромник (про себя преуменьшает в 2 раза, про остальных говорит правду). У каждого спросили, сколько они натапали. Пол ответил: «Мы вместе с Чарли тапнули 22000 раз». Вилли сказал: «Мы вместе с Тедом тапнули 24000 раз». Тед сказал: «А у меня с Чарли вместе 87000 тапов!» Чарли сказал: «На двоих с Вилли у нас 15000 тапов.» Сколько же раз тапнули они все вместе, если известно, что каждый тапнул хотя бы 1 раз?

8. На доске написаны числа 2, 3, 4, ..., 29, 30. За рубль можно отметить любое число. Если какое-то число уже отмечено, можно бесплатно отмечать его делители и числа, кратные ему. За какое наименьшее число рублей можно отметить все числа на доске?

9. Андрей, Борис, Виктор и Геннадий собирали ягоды. Оказалось, что Андрей с Борисом вместе набрали треть от того, что собрали Виктор и Геннадий вместе. Борис и Виктор собрали две трети от собранного Андреем и Геннадием вместе. А Андрей с Виктором — $7/13$ от собранного Борисом и Геннадием. Какую долю ягод (от общего количества) собрал Андрей?

10. Андрей написал в ряд несколько (не менее двух) подряд идущих трёхзначных чисел в порядке возрастания, получив одно большое число (например, 123124125). Оказалось, что полученное число делится на все числа от 1 до 9. Найдите наименьшее такое число.