

Параметры -1. Необходимость введения параметра. Линейные и квадратичные функции в задачах с параметрами.

1. Решите уравнение: $x^4 - 2\sqrt{7}x^2 + 7 = x + \sqrt{7}$.
2. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ xy + yz + zx = 11. \\ xyz = 6 \end{cases}$$
3. Решите уравнение: $\sqrt{1 - x^2} = 4x^3 - 3x$.
4. При каких значениях параметра a уравнение $||x + a| - 2x| - 3x = 7|x - 1|$ имеет не более одного корня?
5. **ДЗ.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x - \frac{a}{2} = 4|4|x| - a^2|$ имеет ровно три различных корня.
6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения параметра b система уравнений
$$\begin{cases} bx - y - az^2 = 0, \\ (b - 6)x + 2by - 4z = 4 \end{cases}$$
 имеет по крайней мере одно решение.
7. Решите уравнение $2f(x) \cdot f(x - 8) + 5f(x + 12) + 2 = 0$, если известно, что $f(x)$ определена на всей числовой прямой, является нечётной и периодической с периодом 4, а на промежутке $x \in [0; 2]$ $f(x) = 1 - |x - 1|$.
8. Доказать, что $b^2 > 4ac$, если известно, что $(a + b + c)c < 0$.
9. Устно упростите выражение: $\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}$.
10. Действительные числа x, y, a удовлетворяют следующей системе уравнений:
$$\begin{cases} x + y = a - 1, \\ xy = a^2 - 7a + 14. \end{cases}$$
 При каких значениях a сумма $x^2 + y^2$ принимает наибольшее значение?
11. Запишите с помощью одного неравенства необходимые и достаточные условия того, что один из корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ больше 5, а другой – меньше 5.
12. **ДЗ.** При каких значениях параметра a уравнение $x^2 + (3a + 9)(a - 1)x + (a + 3)(a - 2) = 0$ имеет корни разных знаков?
13. **ДЗ а)** Запишите с помощью системы двух неравенств необходимые и достаточные условия того, что оба корня квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ лежат вне промежутка $[\alpha; \beta]$.
б) Запишите с помощью системы двух неравенств необходимые и достаточные условия того, что один из корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ меньше α , а другой – лежит на промежутке $[\alpha; \beta]$.
14. Найдите все значения параметра a , при котором корни уравнения $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$ имеют разные знаки и каждый по модулю меньше 4.
15. **ДЗ.** При каких значениях a уравнение $(a + 1)4^x + 2^x + 3 - a = 0$ имеет единственное решение?
16. При каких значениях параметра a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три различных корня?
17. При каких значениях параметра a для любого значения параметра b уравнение $x^2 - 4|x| - 7|b - a| + 3|b - 3| - 2b + 5a - 15 = 0$ имеет ровно два корня?
18. **ДЗ.** Решите уравнение $f(2x + 16) + 23 = 5f(x)$, если известно, что $f(x)$ периодическая функция с периодом 8 и на промежутке $x \in [0; 8]$ $f(x) = 8x - x^2$.