

Параметр – 2. Свойства функций в задачах с параметрами.

1. Запишите с помощью системы двух неравенств необходимые и достаточные условия того, что оба корня квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ лежат вне промежутка $[\alpha; \beta]$.
2. Найдите все значения параметра a , при которых все решения неравенства $ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0$ принадлежат отрезку $[-2; 2]$.
3. Функция $f(x) = x^2 + px + q$ принимает только неотрицательные значения. Найдите наименьшее значение выражения $p+q$.

Монотонные функции.

4. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \sqrt{x+a} - \sqrt{y+b} = 1, \\ \sqrt{y+a} - \sqrt{x+b} = 1. \end{cases}$$
5. Найдите все значения параметра a , при которых неравенство $\log_{\frac{1}{a}}(\sqrt{x^2 + ax + 5} + 1) \cdot \log_5(x^2 + ax + 6) + \log_a 3 \geq 0$ имеет одно решение.

Чётные и нечётные функции.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 = 0$ имеет единственный корень.
7. Найдите все значения параметров a, b , при которых система уравнений
$$\begin{cases} \left| \frac{x^y - 1}{x^y + 1} \right| = a, \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}$$
 имеет только одно решение $(x; y), x > 0$.

Множество значений функции.

8. При каких значениях параметра a неравенство $\sqrt{1 - x^2} > a - x$ имеет решения?
9. **ДЗ.** При каких значениях a найдутся такие значения b , что числа $4 + 25^b, a, 5^{-b}$ будут являться последовательными членами геометрической прогрессии?

Экстремальные свойства функций

10. Найдите наибольшее значение параметра b , при котором неравенство $\sqrt{b^5}(8x - x^2 - 16) + \frac{\sqrt{b}}{8x - x^2 - 16} \geq -\frac{2}{3}b|\cos(\pi x)|$ имеет хотя бы одно решение.
11. **ДЗ.** Найдите все значения параметра p , при которых неравенство $|3\sin^2 x + 2a \sin x \cos x + \cos^2 x + a| \leq 3$ выполняется при любых действительных значениях x .