

Параметр – 3. Графические методы решения задач с параметрами.

Метод областей

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых хотя бы одно решение неравенства $x^2 + a + |x - a - 1| + 1 \leq 3x$ принадлежит отрезку $[0; 1]$.
2. При каких значениях параметра a множество решений неравенства $x(x - 4) + a^2(a + 4) \leq ax(a + 1)$ содержит не более четырех целых значений x ?
3. **ДЗ.** При каких значениях параметра a множество решений неравенства $a^2 - 2(2x + 7)a - (x^2 - 2x + 7) \cdot (x^2 - 6x - 7) \leq 0$ является объединение ровно двух непересекающихся промежутков числовой прямой?

Преобразования графиков

4. При каких значениях параметра a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три различных корня?
5. **ДЗ.** При каких значениях параметра a для любого значения параметра b уравнение $x^2 - 4|x| - 7|b - a| + 3|b - 3| - 2b + 5a - 15 = 0$ имеет ровно два корня?
6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$ имеет единственный корень.
7. **ДЗ.** При каких значениях параметра a множество решений неравенства $\sqrt{5 - x} + \sqrt{x^2 + 2ax + a^2} \leq 3$ является отрезок числовой прямой?

Построение графика функции с помощью производной

8. При каких значениях параметра a уравнение $x^3(a - 1) - 3ax^2 + 3ax + 4 - a = 0$ имеет ровно три различных корня?

Множество значений функции

9. **ДЗ.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции $f(x) = \frac{4x - a}{x^2 - 4x + 7}$ содержит полуинтервал $\left[-\frac{4}{3}; 1\right)$. При каждом таком a найдите множество значений функции.

Геометрическая интерпретация решений неравенств

10. Для каждого значения параметра a решить неравенство $\log_{x^2}(x - a) > 1$.
11. **ДЗ.** Для каждого значения параметра a решить неравенство $\log_{\frac{a^2 + x^2}{2}} x \geq 1$.
12. **ДЗ.** При каких значениях параметра a следующая система
$$\begin{cases} x^2 + (2 - 3a)x + 2a^2 - 2a < 0, \\ ax = 1 \end{cases}$$
 имеет решения?