

Формулы методами комбинаторики

Доказательство того, что: $C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1}$

№ 1. Имеется n нормальных конфет и одна отравленная. Буратино хочет выбрать из них k конфет для Мальвины так, чтобы отравленная конфета не попала в набор. Сколькими способами он может это сделать?

б) А если он выбирает k конфет для Карабаса-Барабаса и хочет, чтобы отравленная конфета оказалась в наборе. Сколькими способами он может выбрать набор на этот раз?

в) Сколько у него вариантов выбрать k конфет, не задумываясь о том, попадёт ли туда отравленная?

Доказательство того, что: $k \cdot C_n^k = n \cdot C_{n-1}^{k-1}$

№ 2. Из n восьмиклассников выбирают команду для участия в КВН из k человек. Когда команда выбрана, в ней выбирают капитана. Сколькими способами это можно сделать?

Доказательство того, что: $C_r^m \cdot C_m^k = C_r^k \cdot C_{r-k}^{m-k}$

№ 3. Пусть в классе r человек. Сколькими способами из них можно выбрать m человек - актив класса, а из них k человек, которые будут входить в школьный актив?

Доказательство того, что: $C_{2n}^n = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

№ 4. Подсчитайте число путей, ведущих из левого нижнего угла квадрата $n \times n$ в правый верхний угол. Каждый из них проходит ровно через одну точку большой диагонали, соединяющей левый верхний и правый нижний углы квадрата.

Доказательство того, что: $C_{n+m}^k = C_n^0 \cdot C_m^k + C_n^1 \cdot C_m^{k-1} + \dots + C_n^k \cdot C_m^0$

№ 5. В классе n девочек и m мальчиков. Сколькими способами из них можно собрать команду для волейбола в k человек?

Доказательство того, что: $F_{n+1} = C_n^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-2}^2 + \dots + \dots$

№ 6. Игорь, спускаясь по лестнице, прыгает либо на ступеньку ниже, либо через одну. Если длина лестницы n ступенек, то сколькими способами он может спуститься вниз?

Доказательство того, что $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + \dots + C_k^{k-1} + C_{k-1}^{k-1}$

№ 7. Посчитайте количество k -элементных подмножеств множества $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ следующим образом: сначала подмножества, содержащие a_1 , затем те, которые не содержат a_1 , но содержат a_2 и т.д.