

Семинар учителей математики

Геометрия 8 класса. Повторение

Барышев Игорь Николаевич

Матфак ВШЭ

Школа 2101



Задачи

1. Биссектриса AD равнобедренного треугольника ABC с основанием AC в два раза больше биссектрисы BE . Найдите углы треугольника ABC .

2. Одна из диагоналей трапеции равняется сумме оснований, а угол между диагоналями равен 60° . Докажите, что эта трапеция - равнобедренная.

3. Одна из боковых сторон трапеции равна сумме оснований. Докажите, что биссектрисы углов при этой стороне пересекаются на другой боковой стороне.

4. O – центр квадрата $ABCD$. Точка P внутри квадрата такова, что треугольник APD – равносторонний. M и N – середины отрезков BP и CP . Докажите, что треугольник MON – также равносторонний.

5. В треугольнике ABC : $AC = 8$, $BC = 5$. Прямая, параллельная биссектрисе внешнего угла C , проходит через середину стороны AB и точку E на стороне AC . Найдите AE .

6. На стороне AB квадрата $ABCD$ отмечена точка K , а на стороне BC – точка L так, что $KB = LC$.
Отрезки AL и CK пересекаются в точке P .
Докажите, что отрезки DP и KL перпендикулярны.

7. В треугольнике ABC с углом B , равным 120° , найдите длину биссектрисы BL , если $AB = 5$, $BC = 3$.

8. Из вершины прямого угла треугольника ABC проведена медиана CM . Окружность, вписанная в треугольник $СAM$, касается CM в её середине. Найдите угол BAC .

9. В трапецию $ABCD$ вписали окружность. Известно, что эта окружность касается боковых сторон трапеции AB и CD в точках M и N соответственно. Найдите длины оснований трапеции, если $AM = 12$, $BM = 3$, $CD = 13$ и $BC < \frac{1}{2}AD$.

10. *Задача Архимеда* На окружности отмечены точки A , B , C и D , причем D - середина дуги AB , а точки B и C лежат по разные стороны от прямой AD . Из точки D опущен перпендикуляр DF к прямой BC . Докажите, что $AC + CF = BF$ (F делит пополам длину ломанной ACB).

11. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.

12. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой острого угла и делит среднюю линию трапеции на отрезки 5 и 13. Найдите площадь трапеции.

13. В трапеции $ABCD$ боковая сторона $CD = 5$.
Найдите площадь трапеции, если расстояния от точек A и B до прямой CD равны 7 и 3 соответственно.

14. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$:
 $AB = BC = CD$, M – точка пересечения диагоналей, K – точка пересечения биссектрис углов A и D . Докажите, что точки A , M , K и D лежат на одной окружности.

Злые задачи по геометрии

15. Докажите, что если в треугольнике ABC
 $\angle A = 60^\circ$, то $OH = |BA - AC|$, где H - ортоцентр,
 O - центр описанной окружности.

16. Угол B ромба $ABCD$ равен 40° , E – середина BC , F – основание перпендикуляра, опущенного из A на DE . Найдите угол DFC .

17. Дан параллелограмм $ABCD$, отличный от ромба. Вписанные окружности треугольников ABC и ADC касаются диагонали AC в точках X и Y . Вписанные окружности треугольников BCD и BAD касаются диагонали BD в точках Z и T . Докажите, что точки X , Y , Z и T являются вершинами прямоугольника.

18. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили точку D так, что $BD = AC$.
Докажите, что в треугольнике ACD биссектриса AL , медиана CM и высота DH пересекаются в одной точке.

До встречи на наших мероприятиях!

Барышев И.Н.
Матфак ВШЭ
матпрофиль школы 2101