Векторная арифметика

1. В треугольнике ABC провели медианы AA_1, BB_1 и CC_1. Чему равна сумма $(\overline{BC}; \overline{AA_1}) + (\overline{CA}; \overline{BB_1}) + (\overline{AB}; \overline{CC_1})$?

2. Докажите, что углы между биссектрисами плоских углов трехгранного угла либо одновременно острые, либо одновременно тупые, либо одновременно прямые.

3. Докажите, что если $ABCD$ - прямоугольник, то для любой точки M выполняется $(\overline{MA}; \overline{MC}) = (\overline{MB}; \overline{MD})$.

4. В квадрате $ABCD$ на диагонали AC отметили точку P так, что $AP : PC = 3 : 1$. L - середина AB. Докажите, что $\angle LPD = 90°$.

5. Из произвольной точки M внутри равностороннего треугольника опущены перпендикуляры MK_1, MK_2, MK_3 на его стороны. Докажите, что

$$\overrightarrow{MK_1} + \overrightarrow{MK_2} + \overrightarrow{MK_3} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$$

где O - центр треугольника.

6. Дан прямоугольник $ABCD$ и точка P. Прямые, проходящие через A и B и перпендикулярные, соответственно, PC и PD, пересекаются в точке Q. Докажите, что $PQ \perp AB$.