Семинар учителей математики

Векторная арифметика

Барышев Игорь Николаевич

Матфак ВШЭ

Школа 2101

Векторная арифметика

1. Сложение векторов.
2. Умножение вектора на число.
3. Свойства скалярного произведения:

1) Симметричность, то есть $(\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b}) = (\overrightarrow{b}; \overrightarrow{a})$;

2) Линейность:

а) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}; \overrightarrow{c}) = (\overrightarrow{a}; \overrightarrow{c}) + (\overrightarrow{b}; \overrightarrow{c})$;

б) $(\lambda \cdot \overrightarrow{a}; \overrightarrow{b}) = \lambda \cdot (\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b})$;

3) $(\overrightarrow{x}; \overrightarrow{x}) \geq 0$, причем $(\overrightarrow{x}; \overrightarrow{x}) = 0$ тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{0}$;

1. Пусть M - точка пересечения медиан треугольника ABC. Докажите, что $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = 0$.

2. Пусть A, B, C и D — произвольные точки плоскости. Докажите, что $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BD}) = 0$.

3. Пусть M — точка пересечения диагоналей AC и BD параллелограмма $ABCD$, O — произвольная точка. Докажите, что $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$

4. Проведены четыре радиуса OA, OB, OC и OD окружности с центром O. Докажите, что если $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 0$, то $ABCD$ — прямоугольник.

5. Пусть O — центр описанной окружности треугольника ABC, а точка H обладает тем свойством, что $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Докажите, что H — точка пересечения высот треугольника ABC.

6. Докажите, что в прямоугольном треугольнике ортоцентр треугольника, образованного точками касания сторон с вписанной окружностью, лежит на высоте, проведенной из прямого угла.

7. Четырёхугольник $ABCD$ вписанный. Пусть H_a — ортоцентр треугольника BCD, M_a — середина отрезка AH_a; точки M_b, M_c и M_d определяются аналогично. Докажите, что точки M_a, M_b, M_c и M_d совпадают.

До встречи на наших мероприятиях!

Барышев И.Н.
Матфак ВШЭ
матпрофиль школы 2101