

Семинар учителей математики

Окружность и отрезки

Барышев Игорь Николаевич

Матфак ВШЭ

Школа 2101



Отрезки и окружность

1. Теорема о произведении хорд.
2. Теорема о квадрате касательной.
3. Понятие степень точки.

1. Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает сторону AB в точке D так, что $AD = 1/3AB$. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 1$.

2. Окружность проходит через вершины B и C треугольника и касается прямой AB . Точка D - точка пересечения этой окружности со стороной AC . Найдите отношение площадей треугольников ADB и CDB , если $BD = 3$ и $BC = 5$

3. Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ на сторонах AB , BC , CD и DA лежат точки K , L , M и N соответственно, такие что $AK = KB = 6$, $BL = 3$, $LC = 12$, $CM = 4$, $MD = 9$, $DN = 18$, $NA = 2$. Докажите, что четырехугольник $KLMN$ - вписанный.

4. В окружности проведены хорды AC и BD , пересекающиеся в точке E , причем касательная к окружности, проходящая через точку C , параллельна BD . Известно, что $AB : BE = 3 : 1$ и $S_{ADC} = 18$. Найдите площадь треугольника CDE .

5. Окружность, вписанная в треугольник делит медиану на три равные части. Найдите отношение сторон треугольника.

6. Через точку P , лежащую на общей хорде двух пересекающихся окружностей, проведены хорда KM первой окружности и хорда LN второй окружности. Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ вписанный.

Злые задачи

7. На плоскости дана окружность ω , точка A , лежащая внутри ω , и точка B , отличная от A . Рассматриваются всевозможные хорды XU , проходящие через точку A . Докажите, что центры описанных окружностей треугольников BXU лежат на одной прямой.

8. Дан правильный пятиугольник $ABCDE$. Точки M и H – середины сторон BC и CD соответственно. Луч AM пересекает диагональ BD в точке G , а описанную окружность пятиугольника – в точке F . Докажите, что описанная окружность треугольника CFG касается прямой AH .

До встречи на наших мероприятиях!

Барышев И.Н.
Матфак ВШЭ
матпрофиль школы 2101