

## Инвариант-1

### Задачи для разбора

- 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
- На доске написаны несколько чисел. За один ход разрешается дописать на доске новое число следующим образом: если уже написаны числа  $a$  и  $b$ , то можно дописать число  $ab + a + b$ . Можно ли по этому правилу через несколько ходов написать на доске число 1999, если сначала написаны числа 1 и 2?
- Разменный автомат меняет одну монету на пять других. Можно ли с его помощью разменять металлический рубль на 26 монет?

### Задачи для самостоятельного решения

1. На доске записаны числа от 1 до 1999. За один ход можно стереть одно или несколько чисел и вместо них написать либо их сумму, либо сумму их цифр. Можно ли в конце концов получить, что на доске будет записано единственное число 1111?
2. В стране Серобуромалинии живёт 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). Может ли через некоторое время оказаться, что все хамелеоны имеют один цвет?
3. На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекачивая ее по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но
  - а) рубашкой вверх;
  - б) рубашкой вниз и вверх ногами?
4. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы. Известно, что смысл слова не изменится, если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ и при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?
5. Можно ли ходом коня обойти все клетки шахматной доски, начав с клетки  $a_1$ , закончив в клетке  $h_8$  и на каждой клетке доски побывав ровно один раз?
6. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
7. Пусть  $A$  — число, записанное с помощью 31998 девяток. Обозначим через  $A_1 = \Sigma(A)$  сумму цифр числа  $A$ , аналогично  $A_2 = \Sigma(A_1)$ ,  $A_3 = \Sigma(A_2)$ . Найдите  $A_4$ .