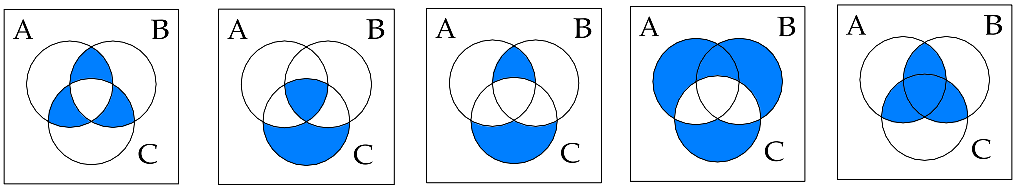
Логика

Обозначения

a A — элемент a принадлежит множеству A, например, $2 \in \mathbb{N}$.
$a \notin A$ — элемент a не принадлежит множеству A, например $-5 \notin \mathbb{N}$
$A \subset B$ — A является подмножеством B (все элементы A принадлежат B), например $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
$\emptyset$ — пустое множество.
$A \cap B$ — пересечение множеств A и B (множество всех элементов, принадлежащих A и B).
$A \cup B$ — объединение множеств A и B (множество всех элементов, принадлежащих либо A, либо B).
$A \setminus B$ — разность множеств A и B (множество всех элементов, принадлежащих A, но не принадлежащих B).

Задача 1. Часто множества изображают в виде кругов на плоскости (диаграммы Эйлера-Венна). Посмотрите на следующие диаграммы Эйлера-Венна и запишите, каким множествам соответствуют заштрихованные области. Для записи используйте символы $\cup$, $\cap$, $\setminus$ и скобки.



Задача 2. Каждый третий политик – бизнесмен, а каждый четвертый бизнесмен – политик. Кого больше, политиков или бизнесменов?

Задача 3. Число x натуральное. Среди утверждений 1) $2x > 70$, 2) $x < 100$, 3) $3x > 25$, 4) $x > 10$, 5) $x > 5$ три верных и два неверных. Чему равно x?

Задача 4. Перед футбольным матчем команд «Север» и «Юг» было дано пять прогнозов:
1) ничьей не будет;
2) в ворота «Юга» забьют;
3) «Север» выиграет;
4) «Север» не проиграет;
5) в матче будет забито ровно 3 гола.
После матча выяснилось, что верными оказались ровно три прогноза. С каким счётом закончился матч?

Задача 5. Расставьте вместо многоточий слова «необходимо», «достаточно», и там, где это возможно, «необходимо и достаточно» так, чтобы получились верные суждения.
а) Для того, чтобы число x делилось на 5, . . ., чтобы его десятичная запись кончалась цифрой 0.
б) Для того, чтобы число x делилось на 9, . . ., чтобы сумма цифр его десятичной записи делилась на 3.
в) Для того, чтобы параллелограмм $ABCD$ был ромбом, . . ., чтобы его диагонали делили пополам внутренние углы.
г) Для того, чтобы параллелограмм $ABCD$ был квадратом, . . ., чтобы его стороны были равны.

Задача 6. Равносильны ли утверждения «кто не с нами, тот против нас» и «кто не против нас, тот с нами»?

Задача 7. Однажды принцесса сказала: «Хочу, чтобы мой муж был красивый, не был глупым или некрасивым, или чтобы был некрасивым, но не был глупым». Упростите данное утверждение.

Задача 8. Постройте отрицание к утверждению «для любого четырехугольника существует вписанная в него окружность» и покажите, что оно истинно.

Задача 9. Постройте отрицания к следующим утверждениям:
а) В каждом классе найдется ученик, который решил хотя бы одну задачу из контрольной.
б) Найдется класс, в котором каждый ученик решил хотя бы одну задачу из контрольной.
в) Существует такая задача, что в каждом классе хотя бы один ученик ее решил.
г) Для каждой задачи есть класс, в котором все ученики ее решили.

д) Есть город, в каждом районе которого есть улица, на которой в каждом доме есть однокомнатная квартира.
е) В каждом городе есть магазин, в котором нет хлеба, и никто из продавцов не знает, когда он будет.