

Инвариант-2

Задачи для разбора

- Можно ли доску размерами $4 \times N$ обойти ходом коня, побывав на каждом поле ровно один раз, и вернуться на исходное поле?
- Доска 8×8 разбита на доминошки. Докажите, что число вертикальных доминошек четно.

Задачи для самостоятельного решения

1. Можно ли разрезать квадрат 10×10 на прямоугольники 1×4 ?
2. Можно ли замостить костями домино размером 1×2 шахматную доску размером 8×8 , из которой вырезаны два противоположных угловых поля?
3. В левом нижнем углу доски 9×9 стоят 9 шашек, образуя квадрат 3×3 . За один ход можно переставить шашку симметрично другой, не выходя за пределы доски. Можно ли за несколько ходов переместить эти шашки так, чтобы они образовали квадрат а) в левом верхнем углу, б) в правом верхнем углу, в) в центральном квадрате?
4. Дно прямоугольной коробки выложено плитками размером 2×2 и 1×4 . Плитки высыпали из коробки и потеряли одну плитку 2×2 . Вместо нее достали плитку 1×4 . Докажите, что выложить дно коробки плитками теперь не удастся.
5. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1.
6. При каких M и N прямоугольник $M \times N$ можно разбить на уголки из трех клеток?
7. В таблице 8×8 расставлены плюсы и минусы. Изначально во всех клетках, кроме одной клетки A , записаны плюсы. За одну операцию можно поменять знак одновременно в клетках строки, столбца или диагонали. При каких положениях клетки A можно получить таблицу из одних плюсов?