

ОТОБРАЖЕНИЯ В ГЕОМЕТРИИ

Задачи для самостоятельного решения

1. На меньшей дуге BC окружности, описанной около равностороннего треугольника ABC , взята произвольная точка P . Докажите, что $AP = BP + CP$.
2. На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ построены внешним образом правильные треугольники BCK и DCL . Докажите, что треугольник AKL — правильный.
3. Дан треугольник ABC . Прямая l касается вписанной в него окружности. Обозначим через l_a, l_b, l_c прямые, симметричные l относительно биссектрис внешних углов треугольника. Докажите, что треугольник, образованный этими прямыми, равен треугольнику ABC .
4. Через произвольную точку внутри квадрата проведены две взаимно перпендикулярные прямые, каждая из которых пересекает две противоположные стороны квадрата. Докажите, что отрезки этих прямых, заключённые внутри квадрата, равны.
5. В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую две деревни A и B , чтобы путь $AMNB$ из деревни A в деревню B был кратчайшим, если считать что берега реки параллельны, а мост строится перпендикулярно берегам.
6. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Точки K, L, M и N лежат на сторонах AB, BC, CD и AD соответственно, причём точка O лежит на отрезках KM и LN и делит их пополам. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.
7. В неравностороннем треугольнике ABC точки H и M — точки пересечения высот и медиан соответственно. Через вершины A, B и C проведены прямые, перпендикулярные прямым AM, BM, CM соответственно. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника, образованного проведёнными прямыми, лежит на прямой MH .