

# Семинар учителей математики

## Вневписанная окружность

Барышев Игорь Николаевич

Матфак ВШЭ

Школа 2101



1. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AD$  и  $BE$ . Известно, что  $DE$  – биссектриса угла  $ADC$ . Найдите величину угла  $A$ .

2. В треугольнике  $ABC$  с углом  $B = 120^\circ$  провели биссектрисы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что  $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$

3. В терминах предыдущей задачи найдите  $\angle B_1 C_1 C$ .

4. В треугольника  $ABC$  разность углов  $A$  и  $C$  равна  $90$  градусов.  $AH$  - высота,  $BL$  - биссектриса этого треугольника. Найдите угол  $AHL$ .

5. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $K$  и  $L$  таким образом, что  $\angle ACK = \angle KCL = \angle LCB$ . Точка  $M$  на стороне  $BC$  такова, что  $\angle BKM = \angle MKC$ . Оказалось, что  $ML$  — биссектриса угла  $KMB$ . Найдите  $\angle CLM$ .

6. Пусть  $r$  — радиус окружности, касающейся гипотенузы и продолжения катетов прямоугольного треугольника со сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Докажите, что  $r = \frac{a+b+c}{2}$ .

7. Пусть вневписанные окружности треугольника, касающиеся сторон  $AC$  и  $BC$ , касаются прямой  $AB$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что середина стороны  $AB$  совпадает с серединой отрезка  $PQ$ .



8. Стороны треугольника равны 10, 10, 12. Найдите радиусы вписанной и невписанных окружностей.

9. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $2\sqrt{3} - 3$ , а угол  $BAC$  равен  $60$  градусов. Радиус окружности, касающейся стороны  $BC$  и продолжения сторон  $AB$  и  $AC$ , равен  $1$ . Найдите углы  $ABC$  и  $ACB$  данного треугольника.

10. Докажите, что описанная окружность делит пополам отрезок, соединяющий центр вписанной и внеписанной окружности.

11. На сторонах  $CB$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  так,  $\angle MAK = 45^\circ$ . Докажите, что расстояние от точки  $A$  до прямой  $MK$  равно стороне квадрата.

12. Внеписанная окружность треугольника  $ABC$  касается его стороны  $BC$  в точке  $K$ , а продолжения стороны  $AB$  – в точке  $L$ . Другая внеписанная окружность касается продолжений сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Прямые  $KL$  и  $MN$  пересекаются в точке  $X$ . Докажите, что  $CX$  – биссектриса угла  $ACN$ .

# До встречи на наших мероприятиях!

Барышев И.Н.  
Матфак ВШЭ  
матпрофиль школы 2101