Симедиана

Определение и свойства

- **Симедиана –** отрезок, соединяющий вершину треугольника с противоположной стороной, симметричный медиане относительно биссектрисы угла, проведенной из той же вершины.
- Симедиана делит противолежащую сторону в отношении квадратов прилежащих сторон
- Прямая, содержащая симедиану треугольника проходит через точку пересечения касательных из двух его вершин к описанной окружности треугольника.
- В треугольнике ABC точка D удовлетворяет следующим условиям: $\angle DAC = \angle DCB$, $\angle DBC = \angle DCA$; тогда и только тогда, когда прямая CD содержит симедиану треугольника ABC.

Задачи для самостоятельного решения

1. Из точки A к окружности w проведена касательная AD и произвольная секущая, пересекающая окружность в точках B и C (B лежит между точками A и C). Докажите, что окружность, проходящая через точки C и D и касающаяся прямой BD, проходит через фиксированную точку (отличную от D).
2. В остроугольном треугольнике ABC на E и F - проекции основания высоты на стороны. К окружности вокруг треугольника BEF в точках E и F проведены касательные. Требуется доказать, что их точка пересечения лежит на прямой, содержащей медиану треугольника ABC.
3. Окружность S проходит через точки A и B и касается прямой AC, окружность $S2$ проходит через точки A и C и касается прямой AB. Докажите, что общая хорда этих окружностей является симедианой треугольника ABC.
4. Пусть $CC0$ – медиана треугольника ABC, серединные перпендикуляры к AC и BC пересекают $CC0$ в точках A' и B' соответственно, прямые AA' и BB' пересекаются в точке $C1$. Докажите, что $CC1$ – симедиана треугольника ABC.
5. Диагонали гармонического четырехугольника являются симедианами. (Гармоническим четырёхугольником называется четырёхугольник, вписанный в окружность, у которого произведения противоположных сторон равны).