

Комбинаторика-2

1. а) Сколько слов можно получить, переставляя буквы слова ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ? б) У скольких из них нет двух идущих подряд букв О?
2. Найдите сумму всех пятизначных чисел, которые можно получить, записав цифры 1,2,2,3,3 в каком-то порядке.

$$\text{а) } k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}; \quad \text{б) } \binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}; \quad \text{в) } \sum_{k \leq n} \binom{n+k}{k} = \binom{2n+1}{n}.$$

3.
 - а. Чему равна знакопеременная сумма чисел в n -й строке треугольника Паскаля? Дайте комбинаторное доказательство.
 - б. То же для суммы квадратов
 - в. Знакопеременной суммы квадратов.

$$\text{а) } \sum_k k \binom{n}{k}; \quad \text{б) } \sum_k k^2 \binom{n}{k}; \quad \text{в*) } \sum_{k \leq n} \frac{1}{2^k} \binom{n+k}{k}.$$

4.