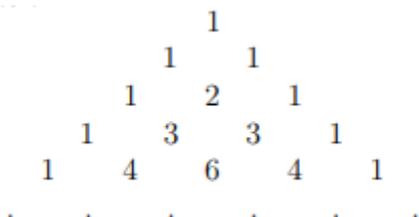


## Комбинаторика-2

### Определения

- **Определение 1.** Числом сочетаний из  $n$  элементов по  $k$  называется количество способов выбрать  $k$  предметов из  $n$  различных предметов. Обозначение:  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  (читается «це из  $n$  по  $k$ »).
- **Определение 2.** Треугольником Паскаля называют числовой треугольник, изображенный на рисунке (по краям треугольника стоят единицы, а каждое из остальных чисел равно сумме двух, стоящих справа и слева над ним).



### Задачи для самостоятельного решения

1. Докажите, что а)  $C_n^k = C_n^{n-k}$ ; б)  $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ .
2. Найдите формулу для  $C_n^k$ .
3. Сколькими способами можно рассадить класс, если пришло 27 человек, а мест 30?
4. Сколькими способами можно высадить в ряд 3 груши и 4 яблони?
5. На рисунке выписаны первые 5 строк треугольника Паскаля. Напишите следующие 5 строк.  
Докажите, что  $k$ -ое число  $n$ -ой строки равно  $C_n^k$  (строки нумеруются сверху вниз, начиная с нуля, а числа в строках нумеруются слева направо, также начиная с нуля).
6. Докажите, что сумма чисел в  $n$ -ой строке треугольника Паскаля равна  $2^n$ .
7. а) Раскройте скобки и приведите подобные в выражениях  $(a+b)^2$ ,  $(a+b)^3$ ,  $(a+b)^4$ . б) (Бином Ньютона) Раскроем скобки и приведём подобные в выражении  $(a+b)^n$ . Возьмём любое слагаемое. Оно имеет вид  $C \cdot a^k \cdot b^{n-k}$  (почему?). Докажите, что  $C = C_n^k$ .
- 8.