Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Факультет математики

Международная лаборатория кластерной геометрии

Летняя школа *Края особенностей*

(Вороново, 7-11 декабря 2022 г.)

ПРОГРАММА

М.Э. Казарян, С.К.Ландо

Введение в теорию особенностей

Цель курса – дать слушателям представление об основных понятиях теории особенностей гладких функций, которые будут использоваться в других курсах, читаемых на Школе

1. Особенности гладких функций и их классификация
2. Деформации особенностей
3. Топология слоя Милнора
4. Словарь теории особенностей
5. Особенности и группы, порожденные отражениями
6. Странная двойственность

А.Ю.Буряк

Многообразие Дубровина-Фробениуса для простых особенностей.

В работах Дубровина и Саито около 30-ти лет назад была обнаружена замечательная структура на пространстве параметров миниверсальной деформации любой простой особенности. Эта структура называется многообразием Дубровина-Фробениуса и позволяет прояснить различные связи между простыми особенностями и другими областями математики, такими как интегрируемые системы и инварианты Громова-Виттена. В серии лекций мы изучим основы теории многообразий Дубровина-Фробениуса и построим такие многообразия для простых особенностей, используя изоморфизм между пространством параметров миниверсальной деформации и пространством орбит соответствующей группы Кокстера.

А.А.Басалаев

Зеркальная симметрия в теории особенностей

Гипотеза зеркальной симметрии была сформулирована в контексте математической физики в конце 80-х – начале 90-х годов XX века. Этой гипотезе может быть дана разная математическая формулировка – в терминах объектов теории особенностей, объектов алгебраической геометрии или же триангулированных категорий. Мы остановимся на формулировке в рамках теории особенностей.

В частности, будет сформулирована гипотеза зеркальной симметрии в терминах изоморфизмов векторных пространств и фробениусовых алгебр. Для определенного класса особенностей будет установлен зеркальный изоморфизм (векторных пространств, или же фробениусовых алгебр соответственно), подтверждающий верность гипотезы зеркальной симметрии. Также будут сформулированы открытые вопросы, все еще ожидающие своего первооткрывателя.

Примерная разбивка такая:
0. Про обратимые многочлены - чем особенны, что хорошего. Описание локальной алгебры и групп симметрий, двойственные группы симметрий.
1. Идея зеркальной симметрии и математические формулировки.
2. Зеркальная симметрия как изоморфизм векторных пространств. Зеркальное отображение. Неабелевы группы симметрий – открытые вопросы на данном уровне понимания зеркальной симметрии.
3. Зеркальная симметрия как изоморфизм алгебр. Определение А и Б алгебр. Скорее всего, времени не хватит на обе алгебры и придется определять только А – без нее не обойтись. Зеркальное отображение – гомоморфизм.

С.М.Гусейн-Заде

Орбифолдные инварианты особенностей и зеркальная симметрия

Одними из основных топологических инвариантов (изолированных) критических точек голоморфных функций являются число Милнора (более-менее то же самое, что эйлерова характеристика слоя Милнора) и характеристический многочлен оператора классической монодромии (более-менее то же самое, что дзета-функция преобразования монодромии.) В эквивариантной ситуации, когда рассматриваются критические точки, инвариантные относительно действия конечной группы, у этих инвариантов имеются (на первый взгляд довольно странные) *орбифолдные* аналоги. Для двойственных по Берглунду-Хюбшу-Хеннингсону моделей Ландау-Гинзбурга (т.е. для пар (W,G), состоящих из обратимого многочлена W и подгруппы G его диагональных симметрий) эти инварианты совпадают (даже в случаях, выходящих за рамки “физически мотивированных”). Их изучение для неабелевых групп симметрий G позволило сформулировать условия, при которых двойственность Берглунда-Хюбша-Хеннингсона (гипотетически) может быть продолжена на неабелевы группы G. Доказательство наличия зеркальной симметрии у таких моделей Ландау-Гинзбурга находится на начальной стадии.