

Неразрешимость логики QLC в языке с двумя предметными переменными

Михаил Рыбаков

ВШМ МФТИ, НИУ ВШЭ, ТвГУ

m_rybakov@mail.ru

Секция: Математическая логика и теоретическая информатика

Известные факты. Классическая логика предикатов QCI неразрешима в языке с тремя предметными переменными и одной бинарной предикатной буквой, при этом её фрагмент с двумя предметными переменными разрешим. Любая логика, лежащая между интуиционистской предикатной логикой $QInt$ и предикатной логикой слабого закона исключённого третьего QKC , неразрешима в языке с двумя предметными переменными и одной унарной предикатной буквой, при этом используемые в доказательствах методы требуют наличия у логики шкал Крипке с бесконечными антицепями, и неприменимы к предикатной логике QLC , определяемой классом линейных шкал Крипке. Логика $QS4.3$ — модальная предикатная логика класса линейных шкал — неразрешима при наличии двух предметных переменных и двух унарных предикатных букв в языке, но методы доказательства тоже не переносятся на QLC , оставляя вопрос о разрешимости её фрагмента от двух переменных «интригующей открытой проблемой»,¹ которую мы и рассматриваем здесь.

Результаты. Пусть QLN — логика шкалы Крипке $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$, а $QLN.cd$ — расширение этой логики формулой cd , требующей постоянства предметных областей. Тогда

- если $QLC \subseteq L \subseteq QLN.cd$, то L является Σ_1^0 -трудной в языке с двумя предметными переменными;
- если $QLN \subseteq L \subseteq QLN.cd$, то L является Σ_1^0 -трудной и Π_1^0 -трудной в языке с двумя предметными переменными.

Предмет обсуждения. Если время позволит, то предполагается обсудить не столько сами результаты, сколько методы их получения и возможные обобщения.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке программы «Научный фонд НИУ ВШЭ», проект 23-00-022.

¹X.Caicedo, G.Metcalfе, R.Rodríguez, O.Tuyt. One-variable fragments of intermediate logics over linear frames. Information and Computation, 287, 2022.