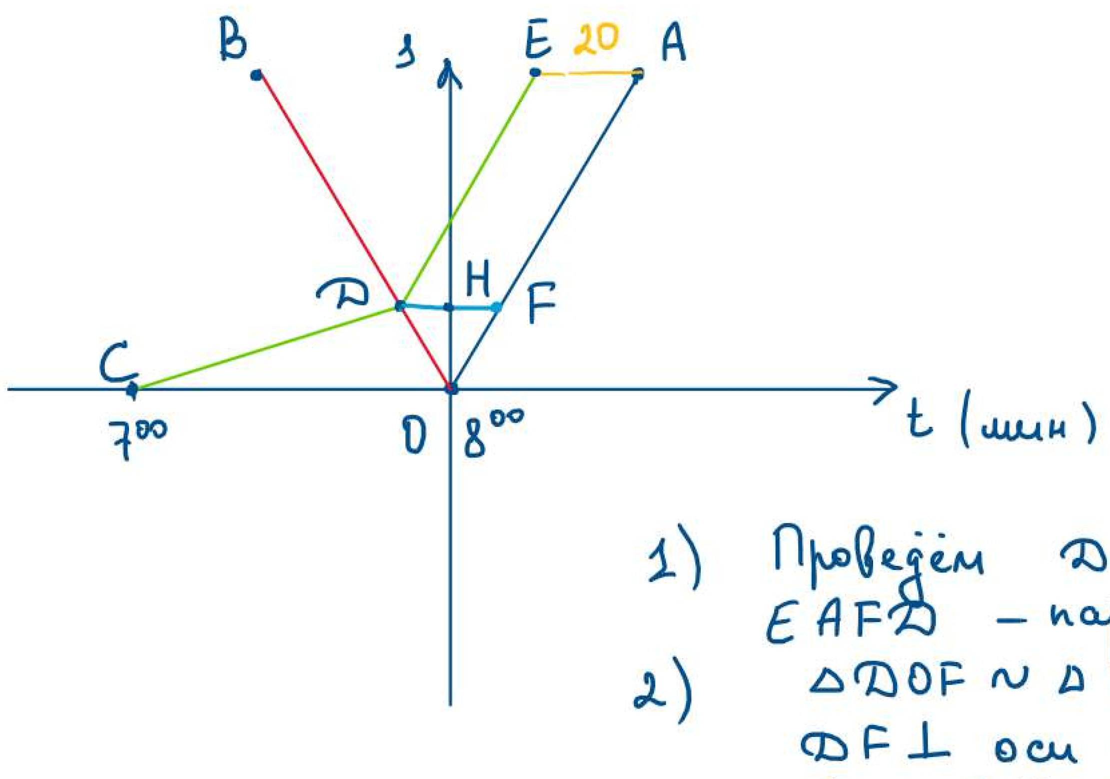
Геометрия в текстовых задачах

16 июля 2024 г. 14:38

Пример 1. Мистер Смит ежедневно приезжает поездом на вокзал в 8 часов утра. Точно в 8 часов к вокзалу подъезжает автомобиль и отвозит его на работу. Однажды мистер Смит приехал на вокзал в 7 часов и пошёл навстречу машине. Встретив машину, он сел в неё и приехал на работу на 20 минут раньше обычного. В какое время произошла встреча мистера Смита с машиной в этот день? Машина отправляется с работы на вокзал за мистером Смитом каждый день в одно и то же время и всегда едет с одинаковой скоростью.



s — расстояние от вокзала

Нач. коорд-т : 8^{00} и вокзал

$t_A - t_E = 20$ $\quad t_D = ?$

$\triangle AOB$ — р/б

$ED \parallel OA$ $\Rightarrow$ $ODEA$ — трапеция

1) Проведём $DF \parallel EA$, $F \in OA$

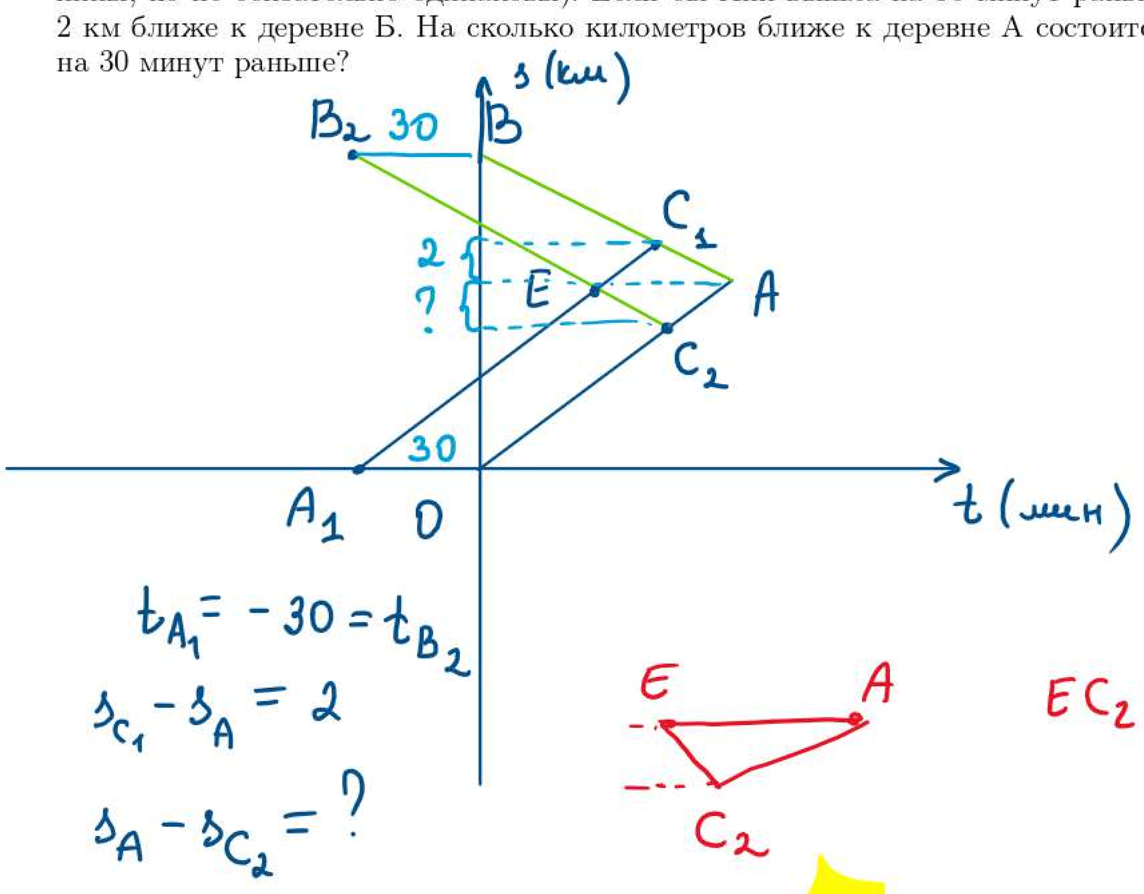
$EAFD$ — пар-м (по определению) $\Rightarrow$ $DF = EA = 20$

2) $\triangle DOF \sim \triangle AOB$ $\Rightarrow$ $\triangle DOF$ — р/б

$DF \perp$ оси s $\Rightarrow$ OH — высота в р/б $\triangle DOF$

$\Rightarrow$ $DH = HF = \frac{1}{2} DF = 10$ $\Rightarrow$ $t_D = -10$ $\Rightarrow$ 7^{50}

Задача 1. Одновременно из деревень А и Б навстречу друг другу вышли Аня и Боря (их скорости постоянны, но не обязательно одинаковы). Если бы Аня вышла на 30 минут раньше, то они встретились бы на 2 км ближе к деревне Б. На сколько километров ближе к деревне А состоится встреча, если Боря выйдет на 30 минут раньше?



$t_{A_1} = -30 = t_{B_2}$

$s_{C_1} - s_A = 2$

$s_A - s_{C_2} = ?$

$A_1C_1 \parallel OA$, $B_2C_2 \parallel BA$ $\Rightarrow$ EC_1AC_2 - пар-м

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{EC_2}$, $\overrightarrow{EC_1} = \overrightarrow{C_2A}$

$s_{C_1} - s_A = s_{\overrightarrow{AC_1}}$ $\quad s_{\overrightarrow{C_2A}}$

? $EA \perp$ оси s

$EC_2 = C_1A$

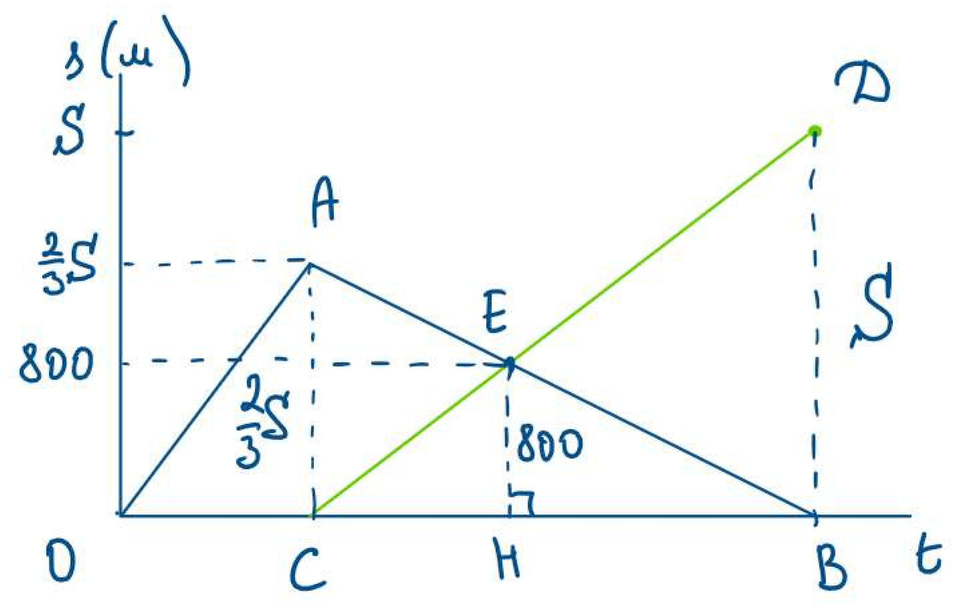
$\triangle A_1EB_2 = \triangle OAB$

один получается из другого парал. переносом вдоль оси t.

$EA \parallel$ оси t ($EA \perp$ оси s)

$$s_{\overrightarrow{C_2E}} = s_{\overrightarrow{AC_1}} = s_{\overrightarrow{C_2A}} = 2$$

Задача 2. Лыжник Григорий ехал по довольно пологому склону, но, проехав две трети пути, проявил неуклюжесть и сломал лыжи. Отбросив их за ненадобностью, он тут же побрёл обратно. В момент поломки с вершины горы стартовал лыжник Василий и, проехав 800 метров, встретил Григория. Найдите длину трассы, если известно, что Василий закончил спуск ровно тогда, когда Григорий добрался до вершины горы. Скорости лыжников и пешеходов считать постоянными.



$S = ?$

$\triangle CAE \sim \triangle DBE$ коэф. подобия $\frac{2}{3}$

$\frac{AC}{DB} = \frac{2}{3} = \frac{CE}{ED}$

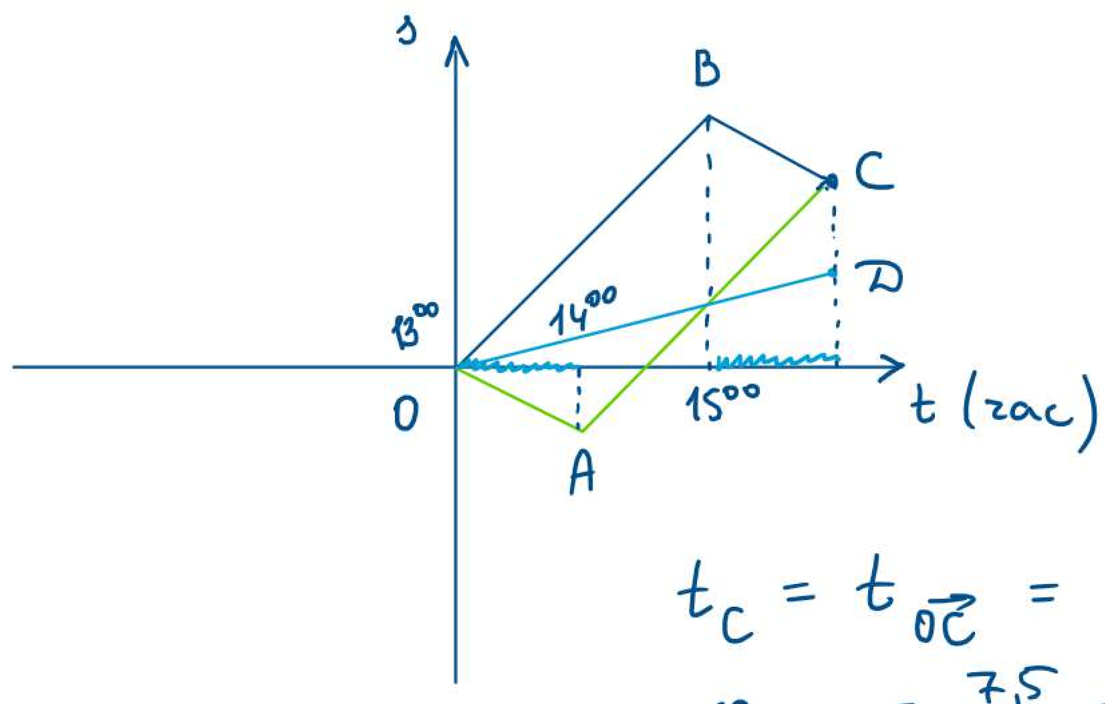
$EH \perp$ оси t, $EH = 800$

$\triangle CEH \sim \triangle CDB$ $\quad \frac{CE}{CD} = \frac{2}{5}$

$\frac{CE}{CD} = \frac{EH}{DB}$ $\quad \frac{2}{5} = \frac{800}{S}$

$S = \frac{5 \cdot 800}{2} = 2000$ м $= 2$ км

Задача 3. На реке от одной пристани в противоположных направлениях в 13:00 вышли два одинаковых прогулочных катера. Одновременно с ними от пристани отчалил плот. Через час один из катеров развернулся и поплыл в обратном направлении. В 15:00 то же самое сделал и второй катер. Какова скорость течения, если в момент встречи катеров плот отошёл от пристани на 7,5 км?



$OBCA$ — пар-м

$t_B = 2$ $\quad t_A = 1$ $\quad t_D = t_C = ?$

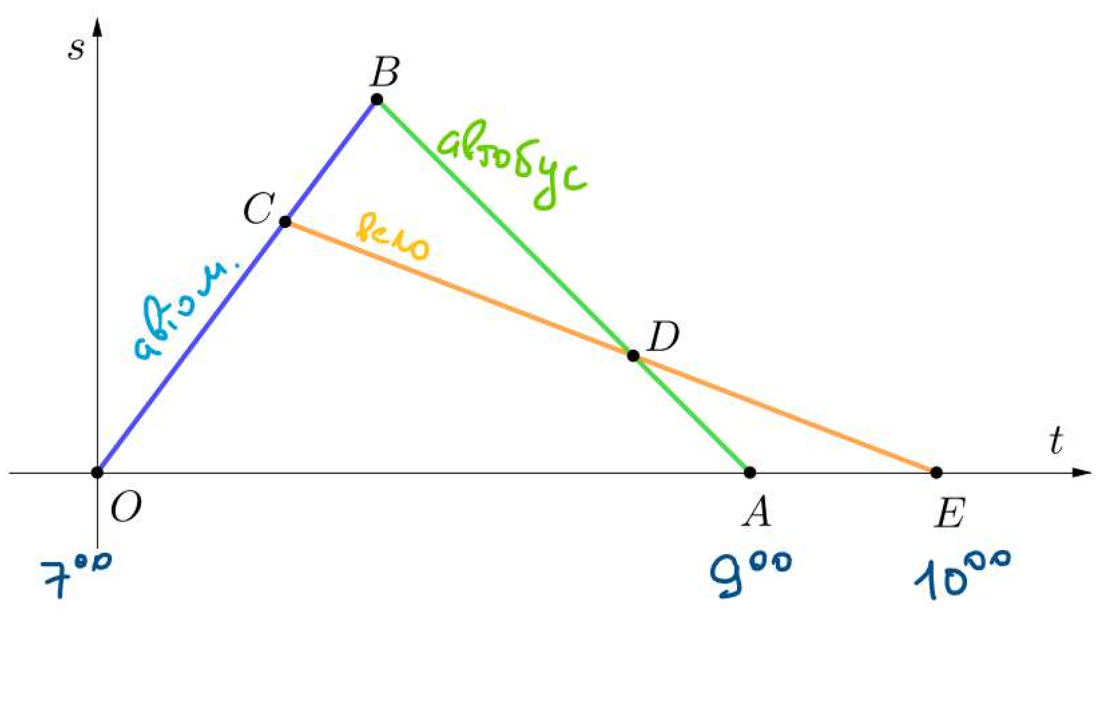
$t_B = t_{\overrightarrow{OB}}$ $\quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC}$ (из пар-ма)

$\Rightarrow t_{\overrightarrow{AC}} = 2$

$$t_C = t_{\overrightarrow{OC}} = t_{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}} = t_{\overrightarrow{OA}} + t_{\overrightarrow{AC}} = t_A + t_{\overrightarrow{AC}} = 1 + 2 = 3$$

$$v_{теч} = \frac{7{,}5}{3} = 2{,}5 \text{ км/ч}$$

Задача 5. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми равно 10 км, в 7:00 выехал автомобиль. Проехав 2/3 пути, автомобиль миновал пункт C, из которого в этот момент в пункт A выехал велосипедист. Как только автомобиль прибыл в B, оттуда в обратном направлении сразу же выехал автобус и прибыл в A в 9:00. В скольких километрах от B автобус догнал велосипедиста, если велосипедист прибыл в пункт A в 10:00 и скорость каждого участника движения постоянна?



т. Менелая

$\frac{OC}{CB} \cdot \frac{BD}{DA} \cdot \frac{AE}{EO} = 1$

$\frac{OC}{OB} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow$ $\frac{OC}{BC} = \frac{2}{1}$

$\frac{AE}{EO} = \frac{1}{3}$

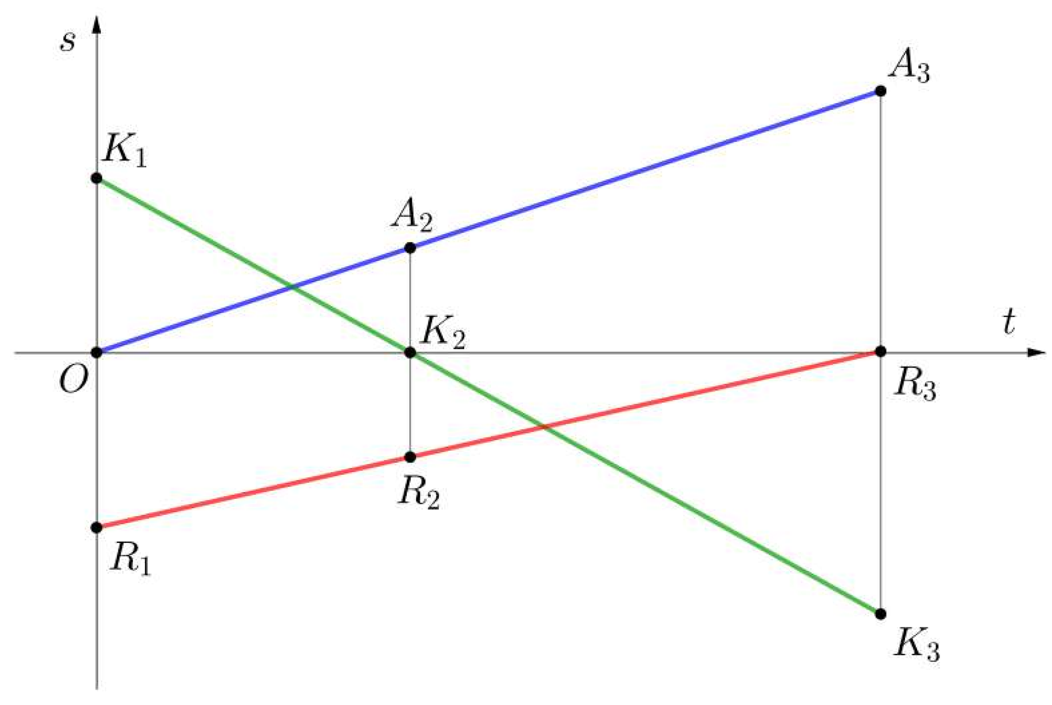
$s_{BD} = \frac{3}{5} s_{AB}$

$\Rightarrow \frac{2}{1} \cdot \frac{BD}{DA} \cdot \frac{1}{3} = 1$ $\quad \frac{BD}{DA} = \frac{3}{2}$ $\quad \frac{BD}{AB} = \frac{3}{5}$

BD соотв. $\frac{3}{5} s(AB) =$

$= \frac{3}{5} \cdot 10 = 6$ км

Задача 6. По шоссе мимо наблюдателя проехали «Ауди», «Рено» и двигавшаяся им навстречу «Киа». Известно, что когда с наблюдателем поравнялся «Ауди», то он был равноудалён от «Рено» и «Киа». А когда с наблюдателем поравнялась «Киа», то она была равноудалена от «Ауди» и «Рено». Докажите, что «Рено» в момент проезда мимо наблюдателя был равноудалён от «Киа» и «Ауди».



$OR_1 = OK_1$

$A_2K_2 = K_2R_2$

$A_3R_3 \overset{?}{=} R_3K_3$

(1) $\triangle OK_1K_2 \sim \triangle R_3K_3K_2$

(2) $\triangle OA_2K_2 \sim \triangle OA_3R_3$

(3) $\triangle OR_3R_1 \sim \triangle K_2R_3R_2$

(1) $\frac{OK_2}{K_2R_3} = \frac{OK_1}{K_3R_3}$ $\quad$ (2) $\frac{OK_2}{OR_3} = \frac{A_2K_2}{A_3R_3}$

(3) $\frac{OR_3}{K_2R_3} = \frac{OR_1}{K_2R_2}$ $\quad \Rightarrow \quad \frac{K_2R_3}{OK_2} = \frac{K_3R_3}{OK_1}$

$$1 = \cancel{\frac{OR_3}{K_2R_3}} \cdot \cancel{\frac{K_2R_3}{OK_2}} \cdot \cancel{\frac{OK_2}{OR_3}} = \frac{\cancel{OR_1}}{\cancel{K_2R_2}} \cdot \frac{K_3R_3}{\cancel{OK_1}} \cdot \frac{\cancel{A_2K_2}}{A_3R_3} \Rightarrow 1 = \frac{K_3R_3}{A_3R_3}$$

$A_3R_3 = R_3K_3$