

Тригонометрические преобразования. Тригонометрия помогает алгебре.

1. Решите уравнения: а) $\sqrt{5 \sin x + \cos 2x} = -2 \cos x$; б) $\frac{\cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x} = 0$;
в) $\frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} x} = 0$; г) $(1 + \operatorname{tg} x) \cdot (1 - \sin 2x) = 1 - \operatorname{tg} x$.
2. Решите уравнение: $\sqrt[8]{\frac{1 + \cos 4x}{1 - \cos 4x}} + \sqrt[3]{\operatorname{tg}\left(\frac{9\pi}{2} - 2x\right)} = 0$.
3. Решите уравнение: $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 2\operatorname{tg} 2x + 3\operatorname{ctg} x$.
4. Решите уравнение: $4 \sin 2x - 3 \cos 2x - 4 \sin x - 2 \cos x + 1 = 0$.
5. Найдите все решения неравенства $\sqrt{\sin 2x} < \cos x - \sin x$, удовлетворяющие условию $|x| < \pi$.
6. Решите уравнение: $\sqrt{\frac{1 + 2x\sqrt{1-x^2}}{2}} + 2x^2 = 1$.
7. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ 4xy(2y^2 - 1) = 1. \end{cases}$$
8. Решите уравнение: $\sqrt{1 - x^2} = 4x^3 - 3x$