

# Предикатная логика Гёделя–Дамметта: бедные неразрешимые фрагменты

МИХАИЛ РЫБАКОВ<sup>1</sup> и ДАРЬЯ СЕРОВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ВШМ МФТИ, <sup>1</sup>НИУ ВШЭ, <sup>1,2</sup>ТвГУ

## Аннотация

Обсуждаются конструкции, позволяющие доказывать неразрешимость бедных фрагментов суперинтуиционистских предикатных логик, имеющих простую семантику.

Логика Гёделя–Дамметта получается из интуиционистской логики добавлением аксиомы линейности; мы рассматриваем её предикатный вариант. Известно, что эта логика лежит между предикатной логикой слабого закона исключённого третьего и классической логикой предикатов. Семантически она задаётся классом линейных шкал Крипке, при этом является «суперинтуиционистским» фрагментом модальной предикатной логики **QS4.3**. Долгое время оставался открытым вопрос о разрешимости её фрагмента от двух переменных, хотя для всех остальных упомянутых логик этот вопрос решён. Вопрос же об алгоритмической разрешимости логики Гёделя–Дамметта решён в случае одной и в случае трёх и более переменных в языке. По мнению известных логиков, вопрос об алгоритмической сложности логики Гёделя–Дамметта при двух переменных считался «одной из интиругующих открытых проблем» в этой области.

Недавно первому автору удалось решить этот вопрос. При этом пришлось использовать довольно нетривиальные конструкции и бесконечно много предикатных букв для их описания. При обсуждении этих конструкций летом 2024 года в рамках IV Конференции математических центров России Л.Д. Беклемишевым был поставлен вопрос о возможности уменьшения количества предикатных букв до двух. Мы хотим обсудить технику, позволяющую доказать неразрешимость фрагмента от двух переменных логики Гёделя–Дамметта и многих её расширений в языках с конечным множеством предикатных букв, в частности, с двумя бинарными предикатными буквами, отвечая тем самым на упомянутый вопрос. Доклад предполагается ясным и доступным, а основные идеи будут показаны и объяснены с помощью картинок.