

# НЕРАЗРЕШИМЫЕ ФРАГМЕНТЫ РАСШИРЕНИЙ ПРЕДИКАТНОЙ ЛОГИКИ ГЁДЕЛЯ–ДАММЕТТА

М. Н. Рыбаков и Д. А. Серова

Предикатная логика Гёделя–Дамметта **QLC** получается добавлением к интуиционистской предикатной логике **QInt** аксиомы линейности  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ . Она лежит между логикой слабого закона исключённого третьего **QKC** и классической логикой предикатов **QCl**, а также является «суперинтуиционистским» фрагментом модальной предикатной логики **QS4.3**.

Известно, что фрагмент **QLC** в языке с одной переменной разрешим, а в языке с тремя переменными неразрешим. При этом логика **QCl** в языке с двумя переменными разрешима, а **QInt**, **QKC** и **QS4.3** — нет [3]. Вопрос о разрешимости фрагмента **QLC** в языке с двумя переменными долгое время был открыт [2], но недавно был решён первым автором [1]. Доказательство использует бесконечно много предикатных букв, и при его обсуждении Л. Д. Беклемишев поставил вопрос о возможности уменьшения их числа.

Неразрешимость **QInt**, **QKC** и **QS4.3** при двух переменных доказана для языков с одной-двумя унарными предикатными буквами [4, 5]. Но соответствующие методы оказались неприменимы к **QLC**, и ответ на поставленный вопрос потребовал отдельных исследований. Приведём один из полученных результатов.

**Теорема.** *Логика **QLC** неразрешима в языке с двумя предметными переменными и двумя бинарными предикатными буквами.*

Этот результат был обобщён на бесконечный класс расширений логики **QLC**, включая логики, содержащиеся в логике шкалы Крипке, миры которой упорядочены как натуральные числа. При этом появились новые вопросы и гипотезы; мы планируем сформулировать и обсудить их.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] М. Н. Рыбаков. Неразрешимость логики **QLC** в языке с двумя предметными переменными. IV Конференция математических центров России. Сборник тезисов, 2024, 151–152.
- [2] X. Caicedo, G. Metcalfe, R. Rodríguez, O. Tuyst. One-variable fragments of intermediate logics over linear frames. *Information and Computation*, 287, 2022.
- [3] R. Kontchakov, A. Kurucz, M. Zakharyashev. Undecidability of first-order intuitionistic and modal logics with two variables. *Bulletin of Symbolic Logic*, 11(3):428–438, 2005.
- [4] M. Rybakov, D. Shkatov. Undecidability of first-order modal and intuitionistic logics with two variables and one monadic predicate letter. *Studia Logica*, 107(4):695–717, 2019.
- [5] M. Rybakov, D. Shkatov. Algorithmic properties of **QK4.3** and **QS4.3**. Cornell University, arXiv:2307.02800, 2023, 6 pp.

ВШМ МФТИ и НИУ ВШЭ, г. Москва; ТвГУ, г. Тверь (Россия)

*E-mail address:* m\_rybakov@mail.ru

ТвГУ, г. Тверь (Россия)

*E-mail address:* dashaserova180120@mail.ru