

# СЛОЖНОСТЬ ЛОГИКИ **НС** С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

А. А. Оноприенко и М. Н. Рыбаков

Логика **НС**, известная как совместная логика задач и высказываний [3, 4], объединяет интуиционистскую и классическую логики. Формулы языка логики **НС** делятся на два сорта: «задача» и «высказывание». Формулы первого из них образуют «интуиционистскую» часть **НС**, а формулы второго — «классическую». В языке **НС** имеются модальности, позволяющие переходить от задач к высказываниям и обратно.

В [1] построена семантика типа Крипке логики **НС** и показано, что логика **НС** является финитно аппроксимируемой. Поскольку логика **НС** конечно аксиоматизируема, отсюда следует, что **НС** разрешима и даже PSPACE-трудна. Имеется простое погружение логики **S4** в **НС**, что, с учётом [5], даёт PSPACE-полноту **НС** при одной переменной сорта «высказывание». Кроме того, в **НС** погружается и интуиционистская логика **Int**, что, с учётом [2, 6] даёт PSPACE-полноту **НС** при двух переменных сорта «задача». Фрагмент **Int** от одной переменной полиномиально разрешим (для этого достаточно использовать решётку Ригера–Нишимуры [7]), но, к нашему удивлению, наличие одной переменной сорта «задача» в языке **НС** приводит к PSPACE-полному фрагменту.

**Теорема.** *Логика **НС** с одной переменной любого типа PSPACE-полна.*

Аналогичный результат справедлив для многих логик, близких к **НС**, и мы планируем обсудить как сами результаты, так и технику их получения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. А. Оноприенко. Семантика типа Крипке для пропозициональной логики задач и высказываний. Математический сборник, 211:5 (2020), 98–125.
- [2] М.Н. Рыбаков. Погружение интуиционистской логики в её фрагмент от двух переменных и сложность этого фрагмента. Логические исследования, 11:247–261, 2004.
- [3] S.A. Melikhov. A Galois connection between classical and intuitionistic logics. I: Syntax, 2013–2017, arXiv:1312.2575.
- [4] S.A. Melikhov. A Galois connection between classical and intuitionistic logics. II: Semantics, 2015–2018, arXiv:1504.03379.
- [5] J.Y. Halpern. The effect of bounding the number of primitive propositions and the depth of nesting on the complexity of modal logic. Artificial Intelligence, 75(2):361–372, 1995.
- [6] M.N. Rybakov. Complexity of intuitionistic and Visser’s basic and formal logics in finitely many variables. In: Advances in Modal Logic, 6:393–411, London, 2006. College Publications.
- [7] I.Nishimura. On formulas of one variable in intuitionistic propositional calculus. The Journal of Symbolic Logic, 25 (4), 327–331 (1960).

МГУ, НИУ ВШЭ (Россия)  
E-mail address: ansidiana@yandex.ru

ВШМ МФТИ и НИУ ВШЭ, г.Москва; ТвГУ, г.Тверь (Россия)  
E-mail address: m\_rybakov@mail.ru